

Luc de Brabandere
Gabrielle Halpern

La logique, l'art de bien utiliser le mot *donc*

Sommaire

Sommaire	3
La logique, l'art de bien utiliser le mot <i>donc</i>	5
Copyright	7
Du même auteur	11
Avant-propos	15
Introduction	17
Chapitre 1 : La logique classique	
Une pensée déployée en trois temps.....	19
Structurer le raisonnement.....	23
Mathématiser la logique.....	27
Chapitre 2 : La logique en crise	
Le langage n'est pas logique.....	29
Les paradoxes ne sont pas insignifiants.....	31
Les catégories ne sont ni décidables ni homogènes.....	32
Chapitre 3 : Une nouvelle logique	
Même les mots simples sont compliqués.....	35
Réconcilier logique et langage.....	37
Traiter les paradoxes par la logique des classes.....	39
Apparenter au lieu de catégoriser.....	41

Solutions des exercices	45
Références bibliographiques	47
Eyrolles sur Twitter et Facebook	49

**LA LOGIQUE, L'ART DE BIEN
UTILISER LE MOT *DONC***

Copyright

Groupe Eyrolles
61, bd Saint-Germain
75240 Paris Cedex 05
www.editions-eyrolles.com

En application de la loi du 11 mars 1957, il est interdit de reproduire intégralement ou partiellement le présent ouvrage, sur quelque support que ce soit, sans autorisation de l'Éditeur ou du Centre Français d'Exploitation du Droit de copie, 20, rue des Grands-Augustins, 75006 Paris.

© Groupe Eyrolles, 2013
ISBN : 978-2-212-86895-1

Luc de Brabandere et Gabrielle Halpern

**LA LOGIQUE, L'ART DE
BIEN UTILISER LE MOT**
DONC

EYROLLES



Les auteurs :

Luc de Brabandere est ingénieur civil en mathématiques appliquées et licencié en philosophie de l'Université Catholique de Louvain. Spécialiste de la créativité, il est l'auteur d'une douzaine de livres qui sont devenus une référence en la matière. Senior Advisor du Boston Consulting Group, il pratique la philosophie en entreprise et consacre une partie croissante de son temps à l'enseignement, principalement à la Louvain School of Management et à l'école Centrale à Paris.

Gabrielle Halpern est diplômée de deux masters 2 en Histoire de la philosophie de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon et en Stratégie des organisations de l'Université Paris-Dauphine. Elle conseille des dirigeants d'entreprise.

Du même auteur

Les Infoducs, Duculot, 1985.

Le Latéroscope, La Renaissance du livre, 1990.

Calculus, Mardaga, 1994.

The forgotten half of change, Kaplan, 2007.

Petite Philosophie des histoires drôles, Eyrolles, 2009, 2^e édition.

Petite Philosophie des grandes trouvailles, Eyrolles, 2011.

Les Mots et les Choses de l'entreprise, Mols, 2012.

Avec Anne Mikolajczak :

La Valeur des idées, Dunod, 2007.

Le Plaisir des idées, Dunod, 2010, 4^e édition.

Petite Philosophie de nos erreurs quotidiennes, Eyrolles, 2011, 2^e édition.

Avec Stanislas Deprez :

Machiavel, Erasme et More, Pearson Education (Village Mondial), 2000.

Le Sens des idées, Dunod, 2004.

Balade dans le jardin de grands philosophes, Mols, 2009.

Avec Christophe Ribesse :

Petite philosophie des mathématiques vagabondes, Eyrolles, 2011.

Avec Alan Iny :

Thinking in new boxes, Random House, Eyrolles, 2013.

Luc de Brabandere – luc.debrabandere@bcg.com

Gabrielle Halpern – gabrielle.halpern@gmail.com

« L'expérience fait voir que sur mille jeunes gens qui apprennent
la logique,
il n'y en a pas dix qui en sachent quelque chose
six mois après qu'ils ont achevé leurs cours ! »¹

Antoine Arnauld et Pierre Nicole, 1662.

1. Antoine Arnauld et Pierre Nicole, *La logique ou l'art de penser*, Gallimard, 2001.

Avant-propos

L'essence de l'homme est de penser. C'est ce qui le distingue des autres êtres vivants. C'est ce qui lui permet de construire, d'aimer, d'inventer ou encore de se défendre. C'était vrai du temps de Ramsès II, c'est toujours vrai aujourd'hui. Mais nous ne pensons pourtant pas comme nos ancêtres. L'Histoire de l'Homme est aussi celle de sa volonté de penser mieux. Il a inventé des outils et des machines et, plus fondamentalement encore, il a voulu répondre à une question : comment peut-on savoir si un raisonnement est correct ? Quand peut-on être certain que la conclusion d'une réflexion est vraie ? C'est ainsi qu'est née dans la Grèce antique une science qui semble plus que jamais d'actualité : la logique.

L'histoire de cette « théorie de la pensée » est passionnante. De manière simplifiée, disons que la logique examine les conditions de l'utilisation correcte du mot « donc ». De grands génies de l'humanité, depuis Aristote jusqu'aux plus brillants informaticiens d'aujourd'hui, ont contribué aux progrès en la matière. Cette histoire est jalonnée de trouvailles impressionnantes, mais on y trouve aussi des conflits violents et des moments de grande déception.

Périodiquement, la possibilité même de la logique est contestée ! Pour Protagoras, l'homme est « la mesure de toute chose ». Il n'y a pas de vérité indépendante de l'homme, l'esprit humain est inséparable de la nature humaine. Ce refus de séparer l'*homo* du *sapiens* a été repris par Montaigne et Hume. Et les pragmatiques comme Peirce et James ont été jusqu'à prétendre que ce qui est vrai est ce qui est utile !

Si le mot « logique » évoque plutôt l'abstraction formelle, son histoire reste donc avant tout une aventure humaine particulièrement créative.

En quarante pages accessibles aux non spécialistes, nous vous proposons d'en découvrir les « heures étoilées », comme le disait Stefan Zweig, ces instants décisifs, ces moments forts, qui sont autant de cadeaux reçus de grands artistes de la pensée que l'on appelle aussi philosophes.

Nous vous en souhaitons bonne lecture.

Introduction

En 1787, Emmanuel Kant écrivait que « la logique aristotélicienne sembl[ait] close et achevée ».²

Moins de deux siècles plus tard, en 1959, Bertrand Russell affirme exactement le contraire : « Les doctrines d'Aristote que nous avons examinées sont complètement fausses, à l'exception de la théorie formelle du syllogisme qui n'a aucune importance ».³

Que deux génies incontestables aient pu s'opposer à ce point montre d'emblée à quel point l'aventure de la logique est polémique.

Pour le philosophe Thomas S. Kuhn (1922-1996), l'Histoire des idées progresse de paradigme en paradigme et le passage de l'un à l'autre provoque toujours une crise. L'histoire de la logique semble en tout cas lui donner raison.

Le premier paradigme prend ses racines dans la Grèce antique et s'incarne à travers le philosophe Aristote qui lui donna ses lettres de noblesse. La logique aristotélicienne s'impose alors comme modèle de logique indépassable et universel. C'est le triomphe de la raison humaine. Si l'épistémologie se pose la question du fond de la connaissance, la logique analyse la forme qu'utilise l'entendement humain pour accéder à cette connaissance.

Après deux mille ans d'enrichissement, la logique connaît une crise qui remettra en cause ses fondements. La logique aristotélicienne apparaît limitée car elle ne permet pas de rendre compte de toutes les réalités et de toutes les possibilités du raisonnement.

Il faudra attendre le XIX^e siècle pour voir la naissance d'une nouvelle forme de logique symbolique. En se libérant des controverses métaphysiques ou linguistiques, la logique se constitue en une discipline non plus philosophique mais scientifique. On passe alors de la logique des propositions à une logique des prédicats, axée sur les relations et les classes. Ce nouveau paradigme est inachevé. Son élaboration oscille toujours entre raisons d'espérer et périodes plus sombres.

Dans les années 1980 par exemple, les informaticiens parlaient de leur grand rêve : l'intelligence artificielle. Des dizaines de congrès, des centaines de livres furent consacrés

2. Préface de la seconde édition de la *Critique de la raison pure*, Flammarion, 2006.

3. *Histoire de la philosophie occidentale*, Belles Lettres, 2011.

à ce thème. La déception fut grande. La communauté scientifique mit des années à s'en remettre.

Mais le 28 janvier 2013, la Commission européenne a décidé d'investir 1,19 milliard d'euros dans le Human Brain Project. Il s'agira de rassembler toutes les connaissances actuelles sur le cerveau afin de mieux le modéliser et de développer des technologies informatiques et robotiques nouvelles...

Exercice 1 : Le diplomate, le menteur et l'homme sincère

Êtes-vous logique ?

Trois hommes au comportement différent doivent être identifiés. L'un d'entre eux est un homme sincère et dit donc toujours la vérité. Un autre, en revanche, est un menteur et tout ce qu'il dit est faux. Le dernier, enfin, est un diplomate ; tantôt il dit vrai, tantôt il ment. Pour pouvoir repérer qui est qui, il leur est demandé de se mettre l'un à côté de l'autre et, comme ils se connaissent bien, de dire lequel des trois se trouve au centre. La situation se présente de la manière suivante. Alors, qui est qui ?

?

?

?

« L'homme sincère est au milieu. »

« Je suis le diplomate. »

« Au milieu se trouve le menteur. »

Solution page 45.

Chapitre 1 : La logique classique

L'Antiquité grecque a cru voir un aboutissement dans la philosophie idéaliste platonicienne mais le Maître Platon sera remis en cause par ses disciples.

Platon est un géomètre, il ne s'intéresse pas à la logique car, pour lui, les Idées sont inaccessibleles. Il n'y a pas de raisonnement possible ; les êtres humains ne peuvent induire des vérités à partir des Idées et la vérité est elle-même une Idée en soi.

Aristote va rejeter cette conception de la pensée, en affirmant que les Idées n'existent pas. Pour accéder au réel, il faut procéder de manière analytique, par l'intermédiaire des catégories. Selon Aristote, les catégories sont décidables et homogènes et permettent donc de classer les éléments du réel. Catégoriser a certes un coût : les nuances sont perdues au profit d'un label commun. Mais catégoriser offre un grand avantage. La simplification du réel permet à Aristote de fonder une théorie du raisonnement.

La logique est née.

Une pensée déployée en trois temps

Aristote défend une méthode analytique. Il part du principe que la pensée se déploie en trois temps :

- Le concept (ou terme), c'est-à-dire *ce à quoi je pense*.
- Le jugement (ou proposition), c'est-à-dire *ce que j'en pense*.
- Le raisonnement (ou syllogisme), c'est-à-dire *ce que j'en déduis*.
- **Le concept**

Le concept est l'intégration mentale de plusieurs éléments particuliers, observés ou non. Cette abstraction et cette généralisation sont construites sur des caractéristiques communes et négligent les différences et les mesures. En logique, on parle de terme.

On peut cerner le concept de deux manières différentes :

- La dénotation ou extension : « La Saône et l'Ardèche sont des rivières. »
- La connotation ou compréhension : « Une école est un endroit où des individus acquièrent des connaissances par l'intermédiaire d'autres individus qui les détiennent. »

La définition a pour objet d'épuiser la compréhension d'un concept. Il est recommandé qu'elle soit neutre, positive, facile à retenir, plus claire que le terme à définir et qu'elle évite la circularité.

Le concept peut également être caractérisé par plusieurs attributs :

- *Essentiel*, qui renvoie à ce que l'on ne peut enlever au concept sans perdre ce concept.
- *Propre*, s'il souligne un caractère spécifique mais non nécessaire de l'espèce.
- *Accidentel*, si l'absence ou la présence de la caractéristique ne modifie pas l'essence.

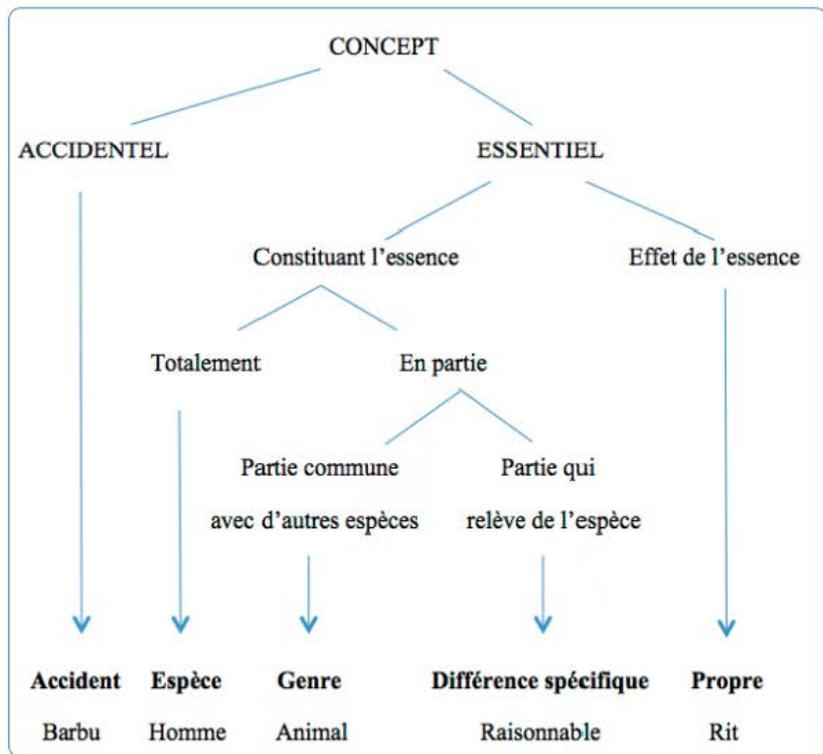
Aristote illustre cette idée de la façon suivante : penser est l'*essence* de l'homme ; le rire est le *propre* de l'homme et porter une barbe est *accidentel*.

Le philosophe néoplatonicien, Porphyre de Tyr (environ 234-305 après l'ère chrétienne) propose un schéma, l'arbre de Porphyre⁴, qui ajoute deux autres caractéristiques :

- *Le genre proche*, qui renvoie aux rapports du terme avec les termes inférieurs. Le genre « animal » par exemple renvoie à des éléments communs à tous les animaux.
- *La différence spécifique*, si le terme caractérise une espèce d'une autre dans un genre. Par exemple, le chien appartient au *genre* animal, mais il a pour *différence spécifique* l'aboiement.

4. Philippe Thiry, *Notions de logique*, De Boeck, 1993.

Bien souvent, une définition est constituée d'un genre proche et d'une différence spécifique : « La cuisine est une pièce (*genre proche*) dans laquelle on prépare le repas (*différence spécifique*). »



- **Le jugement**

Le jugement est un énoncé déclaratif grammaticalement correct susceptible d'être vrai ou faux. Il s'agit du deuxième temps de la pensée, dans lequel on affirme ce que l'on pense du concept. En logique, on parle de proposition.

La notion de jugement est présente dès la naissance de la philosophie et elle se précisera tout au long de son histoire. Afin d'éviter tout amalgame, David Hume distingue par exemple *jugement de fait* et *jugement de valeur*.

« Ce livre est disponible » est un *jugement de fait* neutre et objectif tandis que « ce livre est intéressant » est un *jugement de valeur*, subjectif.

La question de la science se pose également en termes de jugement. Cette fois, c'est sa légitimité qui opposera les philosophes. Peut-on affirmer que « la vitesse de chute d'un corps est indépendante de son poids » en raisonnant *a priori* ou seulement après en avoir fait très souvent l'expérience ?

- **Le raisonnement**

Raisonnement consiste à enchaîner de façon nécessaire et méthodique des jugements et à en tirer une conclusion. Le raisonnement est ainsi le troisième étage du déploiement de la pensée. Chez Aristote, il prend la forme du syllogisme, nous l'analyserons en détail.

Schématiquement, on pourrait résumer l'activité de l'esprit de la manière suivante⁵ :

Étape de la pensée	Concept	Jugement	Raisonnement
Activité de l'esprit	Je pense à quelque chose.	J'en pense quelque chose.	J'en déduis quelque chose.
Appelée	Définition	Prédication	Démonstration
Où également	Appréhension	Énonciation	Preuve
Traduction dans le langage	Terme	Proposition	Syllogisme
Forme de l'expression	A	A est B.	A est B. B est C, donc A est C.
Critère d'appréciation	Utilité	Vérité	Validité

Aristote va fonder sa logique sur trois lois solidaires les unes des autres :

- Le principe d'identité : « Une chose est ce qu'elle est. »
- Le principe de non-contradiction : « Une chose n'est pas ce qu'elle n'est pas. »
- Le principe du tiers exclu : « De deux propositions contradictoires, l'une est vraie et l'autre est fausse. »

Ces lois doivent être acceptées telles quelles pour Aristote, même le principe du tiers exclu : « Quelques philosophes demandent une démonstration même pour ce principe, mais c'est un effet de leur ignorance de la logique : c'est de l'ignorance en effet que de ne pas dis-

5. Luc de Brabandere, *Pensée magique, pensée logique*, Éditions Le Pommier, 2012.

tinguer ce qui a besoin de démonstration et ce qui n'en a pas besoin. Or il est absolument impossible de tout démontrer : on irait à l'infini. »⁶

Exercice 2 : Le mariage

Gérard regarde Simone, mais Simone regarde Jacques.

Gérard est marié mais Jacques ne l'est pas.

Est-ce qu'une personne mariée en regarde une qui ne l'est pas ?

A : Oui.

B : Non.

C : Ne peut être déterminé.

Solution page 45.

Structurer le raisonnement

Le but de la logique est de modéliser la pensée. Si le concept est la brique et le jugement est la poutre, le raisonnement sera alors le bâtiment dans lequel la réflexion se développe. Et des générations d'architectes se succèdent depuis deux mille cinq cents ans.

- Le syllogisme et ses variantes

Aristote décide d'analyser les propositions en les décomposant en *sujet*, *copule* et *prédicat*. Cela lui permettra d'établir sa monumentale théorie du syllogisme.

Le syllogisme est une argumentation dans laquelle, de deux propositions simples appelées *prémisses*, une troisième, appelée *conclusion*, découle nécessairement. Pour Aristote, « savoir, c'est connaître par le moyen de la démonstration ».⁷

Tous les légumes sont bons pour la santé.

Le radis est un légume,

donc le radis est bon pour la santé.

La première proposition est dite *majeure*. La seconde proposition est dite *mineure*. Le mot « légume » est appelé *moyen terme* car on ne le retrouve pas dans la conclusion. Cela fera dire à Aristote que « la vivacité d'esprit est la faculté de découvrir instantanément le moyen terme ».⁸

Les exemples de syllogismes sont très nombreux. Le courant intellectuel de Port-Royal (lieu qui réunissait de nombreux écrivains et philosophes au XVII^e siècle) en a imaginé de toutes sortes, comme en témoigne l'exemple ci-dessous :

6. *Métaphysique*, Γ, 4, 1006 a 5-11.

7. *Les Seconds Analytiques*, Vrin, 1947, I, 2, 71 b 17-19.

8. *Les Seconds Analytiques*, Vrin, 1947, I, 34, 89 b 10-11.

La loi divine oblige d'honorer les rois.

Louis XIV est roi,

donc la loi divine oblige d'honorer Louis XIV.⁹

Le syllogisme peut varier de différentes manières, soit selon la place du moyen terme, soit selon le mode.

Selon la place du moyen terme

Si dans la proposition « A est B », j'appelle A le sujet et B le prédicat, le moyen terme peut être sujet ou prédicat dans la majeure et dans la mineure. Quatre figures sont donc possibles.

Selon le mode

La scolastique médiévale a choisi de désigner par quatre lettres, pour des raisons mnémotechniques, les quatre classes possibles de propositions.

- A, l'universelle affirmative : « Toutes les tables sont en bois. »
- E, l'universelle négative : « Aucune table n'est en bois. »
- I, la particulière affirmative : « Certaines tables sont en bois. »
- O, la particulière négative : « Certaines tables ne sont pas en bois. »

Les lettres A, E, I, O peuvent être combinées pour désigner des syllogismes. FERIO, dont la majeure est E, la mineure est I et la conclusion est O, est un exemple de combinaison valide :

Aucun rêve n'est réalisable.

Quelques cauchemars sont des rêves.

Quelques cauchemars ne sont pas réalisables.

Autre exemple correct, selon le mode AII (DARII) :

Tous les Italiens sont romantiques.

Quelques Italiens sont de grands peintres.

Quelques êtres romantiques sont de grands peintres.

Un raisonnement qui dissimule une erreur est parfois appelé sophisme. Aristote a recensé deux cent cinquante-six possibilités de syllogismes... dont dix-neuf seulement sont valides.

Mais attention : la validité du raisonnement est fondée sur sa forme uniquement.

Un cheval à dix euros est rare.

Ce qui est rare est cher,

donc un cheval à dix euros est cher !

9. Antoine Arnauld, Pierre Nicole, *La logique ou l'art de penser*, Gallimard, 2001.

Il s'agit pourtant d'un syllogisme AAA (BARBARA) valide !

Les deuxième et troisième chapitres de ce livre montreront donc que le raisonnement est une démarche beaucoup plus complexe que celle dont rêvait le philosophe grec.

- **Déduction, induction, abduction**

Le syllogisme permet de distinguer trois types d'enchaînements : la déduction, l'induction et l'abduction.

Raisonnement déductif

- A. Toutes les villes de ce pays sont belles.
- B. Cette ville est dans ce pays.
- C. Cette ville est belle.

Raisonnement inductif

- B. Cette ville est dans ce pays.
- C. Cette ville est belle.
- A. Toutes les villes de ce pays sont belles.

Raisonnement abductif

- C. Cette ville est belle.
- A. Toutes les villes de ce pays sont belles.
- B. Cette ville est dans ce pays.

Parmi ces raisonnements, seul le premier, le raisonnement déductif, est valide. Les raisonnements inductif et abductif ne sont pas corrects. Cela n'a rien à voir avec la vérité ou la fausseté de la conclusion.

L'induction et l'abduction ne sont pas des raisonnements corrects, et pourtant, elles sont très fréquentes et même utiles. Elles participent de l'analogie, méthode qui nous permet d'approcher l'inconnu en nous appuyant sur le connu. L'analogique nous suggère des idées, la logique en teste la solidité.

- **Indémontrables**

L'expression « l'arbre est en fleur » peut se mettre sous la forme « A (*sujet*) est (*copule*) B (*prédicat*) » et nous avons vu que le syllogisme décompose et recompose les propositions. Mais une partie de la logique ne nécessite pas d'analyser la proposition.

Chez les Stoïciens, la proposition est considérée comme un tout indécomposable. Cette autre forme de logique est construite sur la seule chose qu'on peut alors dire des propositions : elles sont vraies ou elles sont fausses.

Au départ, il existe des indémontrables. Ces principes sont des mini raisonnements évidents, du type « si..., alors... ». Les deux plus célèbres ont gardé paradoxalement un nom latin, alors qu'ils ont été présentés par des Grecs : le *modus ponens* et le *modus tollens*.

Le *modus ponens* peut se dire de la manière suivante : « Si le premier, le second. Or le premier, donc le second. »

Si le restaurant est sicilien, il est italien.

Or le restaurant est sicilien,

donc il est italien.

Le deuxième indémontrable est le *modus tollens* qui se dit de la manière suivante : « Si le premier, le second. Or pas le second, donc pas le premier ».

Si le restaurant est sicilien, il est italien.

Or le restaurant n'est pas italien,

Donc il n'est pas sicilien.

Dans cet exemple de raisonnement, « sicilien » est appelé l'*antécédent* et « italien » est appelé le *conséquent*.

Le plus souvent, ce sont des chaînes de propositions dont il faut pouvoir connaître la vérité. Les constructions logiques qui en résultent sont elles aussi susceptibles d'être vraies ou fausses. Mais ce qui intéresse la logique stoïcienne, ce sont les expressions qui sont toujours vraies, qu'on appelle principe, loi logique ou encore tautologie.

Exercice 3 : Le jeu de cartes

Il y a un chiffre de l'autre côté de chaque carte et il est dit : « Derrière un 2 se trouve toujours un 7 ». Combien de cartes vous faut-il retourner pour savoir si l'affirmation est exacte ?



Solution page 45.

Les indémontrables semblent tellement simples que l'on pourrait douter de leur utilité. Et pourtant, on constate tous les jours des erreurs dans ces raisonnements élémentaires. Les deux plus courantes sont l'affirmation du *conséquent* et la *négation de l'antécédent*.

L'affirmation du *conséquent* peut conduire à voir du vrai là où il n'y en a pas forcément.

Si Thomas est amoureux de Constance, il va la rappeler.

Thomas a rappelé Constance,

donc il est amoureux d'elle.

Or, il peut y avoir d'autres raisons qui ont poussé Thomas à rappeler Constance : il a un service à lui demander, il a oublié son chargeur de téléphone chez elle, etc.

La négation de l'*antécédent* entraîne parfois un autre type d'erreur.

Si Christophe fait de la plongée sous-marine, alors il est dans l'eau.

Christophe ne fait pas de plongée sous-marine,

donc il n'est pas dans l'eau...

Mais si, il a glissé et il est tombé dedans !

Mathématiser la logique

La logique aristotélicienne parcourt de nombreux siècles sans être vraiment remise en cause ; nombreux sont ceux qui cherchent même à la pousser jusqu'à son plus haut degré d'achèvement, en tentant de la mathématiser.

Le penseur majorquin Raymond Lulle (1232-1315) construisit une « machine logique », dans laquelle les termes, les propositions et les raisonnements étaient représentés sous forme de figures géométriques (cercles, carrés, triangles). Si l'on actionnait des cadrans, des manivelles et des leviers, une roue déplaçait les figures pour les positionner en fonction de leur vérité ou de leur fausseté. Cette machine, grâce à la logique géométrique, voulait donc confirmer ou infirmer un postulat.

La méthode combinatoire de Lulle attira l'attention de Leibniz (1646-1716) qui écrivit en 1703 : « Je tiens que l'invention de la forme des syllogismes est une des plus belles de l'esprit humain (...), qu'un art d'infailibilité y est contenu, pourvu qu'on sache et qu'on puisse bien s'en servir ».¹⁰ Leibniz développe une symbolique mathématique, appelée « caractéristique universelle » qu'il souhaite appliquer à tous les domaines, y compris la logique. Face à une situation délicate, Leibniz avait coutume de dire : « Ne nous disputons pas, calculons ! »

Celui qui a poussé le plus loin le rêve de Leibniz est probablement George Boole (1815-1864). Le chercheur anglais aurait voulu qu'on puisse traiter une suite de propositions comme on résout un système d'équations et il publia en 1857 une enquête sur *Les lois de la pensée*.

La théorie des ensembles lui semblait une passerelle adéquate pour relier logique et mathématiques. Si x et y sont deux ensembles d'objets, appelons $x+y$ l'ensemble des objets qui appartiennent à au moins un des deux ensembles (l'addition y tient lieu de *ou* logique), et xy l'ensemble des objets communs aux deux (la multiplication y tient lieu de *et* logique). Si de plus, on appelle 0 l'ensemble vide et 1 l'ensemble de tous les objets, on peut alors écrire l'équation $x(1-x) = 0$, car il n'y a pas d'objet qui, en même temps, appartient à x et n'appartient pas à x (autrement dit, l'ensemble de ces objets est vide). Cette équation peut être réécrite sous la forme $x^2 = x$ et Boole la considérait au centre de sa logique symbolique.

Si l'on considère par ailleurs x comme une proposition qui « vaut » 1 quand elle est vraie, et 0 quand elle est fausse, dire $x^2 = x$ revient alors à dire que le vrai et le vrai donne le vrai. Et $x(1-x) = 0$ devient une forme algébrique du principe de non-contradiction. L'équation $x^2 = x$ n'a en mathématiques que deux solutions, 0 et 1 . Le calcul binaire est ainsi né cent ans avant l'informatique, comme un prix de consolation pour un rêve jamais réalisé.

10. *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, IV, Flammarion, 1993.

Ajoutons que l'approche algébrique de George Boole lui permit de détecter quelques petites fautes dans la théorie aristotélicienne du syllogisme. Ce qui paradoxalement renforçait une fois de plus le philosophe grec dans son statut incontesté de Maître de la Logique... pour quelques années encore.

Chapitre 2 : La logique en crise

Pendant deux mille ans, de Porphyre à Boole, en passant par la scolastique médiévale et Port-Royal, la logique aristotélicienne est perfectionnée. Mais on a envie de dire, comme en mai 1968 : « Plus ça change, plus c'est la même chose ». Car chaque amélioration ou correction renforce en fait son statut de théorie de référence. Tous, Aristote le premier, s'accordent à dire que la logique est imparfaite, mais personne ne parviendra avant la fin du XIX^e siècle à proposer mieux.

La logique aristotélicienne s'appuyait entre autres sur trois hypothèses concernant le langage, les paradoxes et les catégories. Mais toutes trois étaient fragiles. Elles devaient céder un jour et entraîner dans leur chute le monument du syllogisme.

Le langage n'est pas logique

Aristote avait d'une certaine manière évacué le problème du langage parce qu'il est logiquement défectueux. Cela se vérifie dans les trois temps du déploiement de la pensée.

- Il n'y a pas un mot pour une chose

Des concepts différents peuvent être désignés par un même mot ; tout dépend du contexte. Il s'agit d'homonymes.

- La cellule renvoie à différentes choses selon que l'on est cancérologue, fabricant de téléphone portable ou prisonnier.
- Un patron ne signifie pas la même chose dans une entreprise ou dans un atelier de couture.
- Terrible n'a pas le même sens dans « une guerre est terrible » et « ce concert est terrible ».

Il peut y avoir un concept pour différents mots. Il s'agit de synonymes.

- Au restaurant, un Belge commande des chicons tandis qu'un Français commande des endives.
- Livre et bouquin sont deux mots différents pour désigner un même objet.

L'ambiguïté du langage s'étend également aux verbes. Le verbe être, par exemple, peut prendre des sens différents :

- L'existence : « Je suis. »
- L'équivalence : « Je suis la fille de Muriel. »
- L'appartenance : « je suis une femme. »
- L'inclusion : « Je suis un être humain. »

De plus, un rapport n'est pas marqué par une seule préposition et une préposition peut renvoyer à plusieurs rapports. Le rapport de la situation géographique peut être dit à l'aide de plusieurs prépositions : « j'habite *en* France », « j'habite *dans* une région sauvage », « j'habite *à* l'ouest de la Saône ». Une même préposition marque divers rapports : « j'habite *en* Espagne », « j'arrive *en* voiture », « je parle *en* chuchotant », etc.

L'équivocité touche même les articles définis. L'article « la » peut désigner :

- Toute : « La prairie est verte. »
- Beaucoup : « La Française aime la mode. »
- Quelques : « La montre peut être mécanique. »
- Une : « La pièce de théâtre était intéressante. »
- Toute proposition ne peut se mettre sous forme « A est B »

La proposition de forme « A est B » représente une partie seulement des propositions possibles. Il y a de nombreuses situations dans lesquelles cette formalisation ne peut être faite.

Comment exprimer en effet sous une forme « A est B » une proposition comme « l'orange est plus beau que le vert » ou « Bruxelles est au nord de Paris » ? « Au nord » n'est pas un attribut possible pour une ville.

Dès lors que l'on veut exprimer un jugement plus élaboré, la forme « A est B » se révèle également inadaptée : « un bon musicien est soit doué soit travailleur » ne peut pas non plus se mettre sous la forme classique de la proposition aristotélicienne.

- Le raisonnement ne se réduit pas au syllogisme

Aristote a élaboré la logique selon l'hypothèse que raisonnement et syllogisme sont indissociables. Ce n'est évidemment pas vrai. Illustrons trois situations qui montrent que les choses sont plus compliquées.

Premièrement, parfois un raisonnement est correct, mais aucun syllogisme n'est disponible pour le formaliser. Comme dans les deux exemples suivants.

Une majorité de Belges sont bilingues.

*Une majorité de Belges partent en vacances l'été,
donc certains vacanciers belges sont bilingues.*

Et :

Un oiseau est un animal.

Donc une tête d'oiseau est une tête d'animal.

Deuxièmement, parfois le syllogisme est formellement valide (car il fait partie des dix-neuf reconnus comme tels sur deux cent cinquante-six possibilités) mais les ambiguïtés du langage rendent ici le raisonnement incorrect. Souvenez-vous du cheval à dix euros...

Plus sérieusement, dans *L'art d'avoir toujours raison*, Arthur Schopenhauer montre que par un jeu d'homonymie, on peut aboutir à des raisonnements absurdes¹¹ :

*Toute lumière peut être éteinte.
Or l'intelligence est une lumière,
donc l'intelligence peut être éteinte.*

Troisièmement, pour compliquer le tout, les biais cognitifs peuvent s'en mêler : il y a des syllogismes non valides que l'on va croire valides simplement parce que l'on sait la conclusion vraie ! Comparez les deux syllogismes suivants.

*Toutes les voitures ont quatre roues.
La Porsche a quatre roues,
donc la Porsche est une voiture.*

Et :

*Toutes les friteuses ont besoin d'huile.
Ma voiture a besoin d'huile,
donc ma voiture est une friteuse.*

On a le sentiment que la première forme est correcte et que la seconde ne l'est pas alors qu'elles sont identiques ! Dans la première partie, on a vu que les raisonnements inductif et abductif peuvent rencontrer le même problème.

Les paradoxes ne sont pas insignifiants

Contrairement à ce que pensait Aristote, les paradoxes doivent être pris en compte dans la construction de la logique car ils sont de nature logique. On ne peut pas douter du raisonnement qui conduit à conclure paradoxalement et il faut comprendre pourquoi on contredit logiquement l'évidence.

La logique aristotélicienne a ignoré des contradicteurs tels qu'Épiménide ou Zénon d'Élée. Rappelons l'essentiel de leurs provocations intellectuelles.

Au VI^e siècle, le Crétois Épiménide affirme « tous les Crétois sont des menteurs », ce qui ne peut donc être ni vrai ni faux. En effet, s'il dit vrai, il dit faux ; s'il dit faux, alors il dit vrai ! Depuis cette date, on sait qu'il existe des petits montages intellectuels qui s'autocontredisent et des illusions logiques qui donnent le tournis. Il s'agit bien d'un paradoxe – un trou noir de la pensée – c'est-à-dire d'une impasse du raisonnement où la logique est mise à l'épreuve.

Un siècle plus tard, toujours en Grèce, Zénon d'Élée imagine trois autres pièges pour la logique et interpelle ses amis philosophes et mathématiciens.

11. Arthur Schopenhauer, *L'art d'avoir toujours raison*, Circé, 1990, p. 23.

Dans le premier paradoxe, il leur explique qu'il est impossible de traverser une place car il faut d'abord en parcourir la première moitié. Des 50 % restants, il faut à nouveau commencer par les 25 premiers. Quel que soit le chemin restant d'ailleurs, le promeneur devra d'abord en faire la première moitié. Il n'arrivera donc jamais à l'autre côté de la place car il ne peut faire un nombre infini de choses dans un temps fini !

Le deuxième paradoxe de Zénon, celui d'Achille et la tortue, est plus connu : les deux protagonistes décident de faire une course. Achille offre généreusement à la tortue une avance de cent mètres. Mais pour Zénon, Achille commet là une erreur car il n'arrivera jamais à rattraper la tortue. Le temps en effet pour lui d'arriver au point de départ de la tortue et elle est déjà plus loin, et ainsi de suite...

Enfin, Zénon explique que le mouvement est impossible ! Voici son raisonnement : le temps se décompose en instants indivisibles. Une flèche lancée en l'air, par exemple, serait en mouvement si elle est à un endroit au début d'un instant et à un autre endroit à la fin du même instant. Or, les instants sont indivisibles et la flèche ne peut être à deux endroits différents au même instant. Par conséquent, la flèche est immobile et le mouvement est impossible.

Pendant deux mille ans, les paradoxes de Zénon resteront sans véritable explication. Il faudra attendre le XVII^e siècle, avec les progrès des mathématiques, pour trouver les clefs de l'énigme. Car le calcul infinitésimal permet de modéliser l'accélération, la vitesse et le mouvement. Les paradoxes sont dissous grâce à l'algèbre et la logique est sauvée... pour cette fois !

Car pour ce qui est de l'autre défi, plus grand encore, posé par Épiménide, les mathématiques seront impuissantes. La logique devra se sauver elle-même.

Les catégories ne sont ni décidables ni homogènes

Classer peut signifier deux choses : utiliser des catégories existantes ou créer un nouvel ensemble de catégories.

Apple nous aide à comprendre ces deux niveaux de classification. Si l'iPhone a été facilement « rangé » dans la catégorie « téléphone », l'iPad n'a pu, au départ, être rangé dans aucune catégorie. Il a fallu en créer une : celle de la tablette.

Pour développer sa théorie, Aristote était parti du principe que les catégories sont homogènes et décidables. Par exemple, si l'on prend la catégorie du consultant, selon Aristote :

- On ne peut pas être « un peu » ou « beaucoup » consultant.
- Il est toujours possible de dire si quelqu'un est consultant ou non.

Or ce n'est évidemment pas vrai.

Bien souvent, les frontières sont floues. Les boissons énergisantes sont-elles des médicaments ? Le vin est-il un jus de fruit ? Un coach est-il un thérapeute ? La crème contre l'acné est-elle un médicament ou un produit de beauté ?

Certaines choses sont donc difficilement définissables car elles obligent les catégories à se superposer et à se chevaucher. Leur homogénéité est mise à mal et cela peut avoir de grandes

conséquences. Un logiciel est-il une invention ou une création ? Dans un cas, elle est protégée pendant vingt ans ; dans l'autre, pendant soixante-dix ans !

Prenons un exemple de termes courants liés, de près ou de loin, aux objets de la maison. Il vous est demandé de les regrouper en sous-ensembles.

Fer à repasser	Radio	Dictaphone
Aspirateur	Machine à écrire	Robot
Téléphone	Lampe	Mixeur
Four à micro-ondes	Epluche-légumes	Chaîne hi-fi
PC	Rasoir	Mac
E-book	Encyclopédie	Stylo
Assiette	Tasse	Bouilloire
Montre	Agenda	Lavabo
Télévision	Ciseaux	Tablette tactile

Un survol rapide de la liste fait apparaître des liens logiques. On peut par exemple regrouper tasse, assiette et bouilloire (objets liés à l'alimentation) ou fer à repasser et aspirateur (objets du ménage).

Mais plusieurs remarques s'imposent immédiatement :

- Ces liens logiques sont de nature différente : PC et Mac sont des marques ; fer à repasser, mixeur, chaîne hi-fi sont des appareils électriques. L'épluche-légumes, le mixeur, l'assiette sont des objets que l'on trouve dans la cuisine. Le four à micro-ondes est à la fois un appareil électrique et un objet de la cuisine.
- Ces liens auraient pu être autres : le four à micro-ondes, l'épluche-légumes ou la bouilloire permettent de modifier les caractéristiques des éléments solides ou liquides. Téléphone ou chaîne hi-fi peuvent être considérés comme un sous-ensemble de Mac ou de PC.
- Des liens plus inattendus sont possibles : on peut mettre ensemble les mots qui sont identiques en anglais – comme radio, e-book et robot – ou ceux qui existaient déjà il y a cent ans, comme assiette, lampe et rasoir.
- Des éléments sont ambigus : le rasoir est-il électrique ou manuel ? Le robot est-il un robot ménager ? Mixe-t-on des aliments de la même manière que de la musique ? Le téléphone est-il plus un objet électrique ou un objet électronique ?
- Et la subjectivité peut entrer en scène. Regroupons les objets utiles, ceux qui sont beaux ou encore ceux qui sont dangereux...

Il n'y a pas de méthode absolue pour classer. Une double frustration, correspondant aux deux sens du mot « classer », est nécessairement au rendez-vous. Premièrement, certains objets pourront être mis dans plusieurs catégories et un choix arbitraire devra être fait... Deuxièmement, une inévitable catégorie de « divers » sera créée !

Chapitre 3 : Une nouvelle logique

Kant s'est donc bien trompé. La logique n'est pas une « science achevée ». Bien au contraire, il est clair maintenant que tout reste à faire, qu'une nouvelle manière de théoriser le raisonnement devra être établie.

Ce nouveau paradigme devra proposer des rapports plus précis entre logique et langage et combler le vide dû aux hypothèses simplistes d'Aristote. Il devra même être en mesure de traiter logiquement du paradoxe. Si le plus fort de la crise semble passé, le nouveau paradigme reste encore à développer et à renforcer. « Il est toujours aisé d'être logique. Il est presque impossible d'être logique jusqu'au bout. », écrivait Albert Camus. Son intuition semble se vérifier.

Trois noms reviennent nécessairement quand il est question de la logique nouvelle : Frege, Russell et Wittgenstein. Leur œuvre est immense et ils structureront ce troisième chapitre comme une réponse au deuxième.

En s'interrogeant sur le signifiant et le signifié, Frege rapprochera logique et langage : une idée empruntée aux mathématiques lui permettra de traiter enfin des relations comme « plus grand que » ou « à gauche de ». En corrigeant certaines erreurs et lacunes de Frege, Russell aidera entre autres à traiter des raisonnements paradoxaux. Enfin, Wittgenstein apportera sa contribution avec la notion de *family-resemblance*.

Même les mots simples sont compliqués

Parmi beaucoup d'autres exemples, « et », « ou », « autour » sont des mots que l'on utilise quotidiennement et qui peuvent pourtant entraîner de nombreuses équivoques.

- « Et »

Le sens du mot de liaison « et » n'est pas toujours le même que celui qu'il possède dans le langage naturel. Regardons les cinq situations suivantes.

- « Marseille est en France et il fait beau » est équivalent à « il fait beau et Marseille est en France ».
- « Elle a mis son pull et elle a enfilé son manteau » est aussi logiquement équivalent à « elle a enfilé son manteau et elle a mis son pull ». Ce qui montre que « et » peut signifier « ensuite ».
- « Il est tombé et il s'est blessé » est aussi logiquement équivalent à « il s'est blessé et il est tombé ». Or ici, « et » signifie « par conséquent », marquant la causalité.
- « Je suis entré au BCG en 2001 et le chiffre d'affaires a doublé depuis » est une phrase ambiguë car la valeur du « et » n'est pas évidente : marque-t-il un simple enchaînement d'idées ? Met-il en évidence un lien de causalité ?

- « Les Anglais et les Français aiment la Normandie » : « et » peut être remplacé par « ou ». Mais dans « les gens qui habitent en Angleterre et qui connaissent le français aiment la France », « et » ne peut être remplacé par « ou » et il faut associer les deux conditions.
- « Ou »

Les ambiguïtés des mots peuvent être résolues par le contexte. La conjonction de coordination « ou » rencontre les mêmes problèmes d'équivocité que la conjonction de coordination « et ».

- « Quitte ou double » : « ou » est ici une *disjonction exclusive*, c'est-à-dire que le choix d'une possibilité exclut celui de l'autre possibilité.
- « Quand un homme est ivre ou désespéré, il peut devenir dangereux » : « ou » est ici une *disjonction inclusive*, c'est-à-dire que la cohabitation des possibilités (ivresse, désespoir) est envisageable.

Un procédé formel, les tables de vérité, permettent de symboliser les raisonnements et de lutter contre les ambiguïtés :

Table de vérité du « ou » exclusif :

« Quitte »	« Double »	Conclusion
1	0	1
0	1	1
0	0	0
1	1	0

Table de vérité du « ou » inclusif :

« Ivre »	« Désespéré »	Conclusion
1	0	1
0	1	1
0	0	0
1	1	1

- « Autour »

Le philosophe et psychologue américain William James (1842-1910) décrit un autre piège du langage.¹²

Un écureuil est cramponné au tronc d'un arbre et veut se cacher. Un homme, qui se tient de l'autre côté, cherche à l'a percevoir et tourne donc autour de l'arbre. Mais quelle que soit sa vitesse, l'écureuil tourne aussi et l'homme ne pourra pas l'entrevoir. La question de James

12. *Le pragmatisme*, Flammarion, 2007.

est simple : après avoir fait le tour complet de l'arbre, l'homme a-t-il aussi fait le tour complet de l'écureuil ?

S'il s'agit de passer par rapport à l'écureuil, du nord à l'est, puis à l'ouest, puis de nouveau au nord, alors l'homme tourne autour de l'écureuil. Mais si « autour » implique de voir à un moment son dos, alors l'homme ne tourne pas autour de lui.

Avec cet exemple, James voulait montrer que la vérité n'est pas unique mais relative au point de vue pratique que l'on adopte. C'est ainsi qu'est né le pragmatisme, évoqué dans l'avant-propos.

Réconcilier logique et langage

Le langage met à mal la logique aristotélicienne puisqu'il se révèle logiquement défectueux. La logique ne peut pourtant pas s'en passer. Hegel, convaincu que toute tentative de penser sans l'aide des mots est absurde, relate dans *Philosophie de l'esprit*, l'histoire d'un certain Mesmer qui essaya de penser sans mots et qui devint fou !

Logique et langage doivent être réconciliés ; c'est à Frege que l'on doit l'ouverture de ce grand chantier.

- Du signifié au signifiant

Dans une définition, il faut distinguer dénotation et sens, selon Frege. La dénotation est l'objet désigné par l'expression tandis que le sens est la manière dont elle le désigne ; manière objective, conventionnelle et partagée.

L'exemple célèbre de Frege est le suivant : « étoile du matin » et « étoile du soir » sont deux expressions différentes mais elles ont la même dénotation, à savoir la planète Vénus.

Cette réflexion de la logique sur le langage se développe parallèlement à une étude scientifique du langage, qui deviendra la linguistique moderne et la sémiologie. À la fin du XIX^e siècle, le linguiste suisse Ferdinand de Saussure (1857-1913) distingue le signifié, c'est-à-dire le concept, qui correspond à la représentation mentale d'une chose et le signifiant, qui est la forme phonique du mot.

Il a une approche systématique du langage, dans laquelle le langage est un ensemble clos de signes dont l'histoire n'a que peu d'importance. Chaque signe se définit par rapport aux autres. La postérité fera de Saussure le père du structuralisme.

Bien que provenant de disciplines différentes, ces avancées sur le langage demeurent proches. Elles s'inscrivent en effet dans la même démarche d'analyse du langage.

- La fonction logique

Une autre grande trouvaille de Frege est d'avoir importé en logique l'idée de fonction utilisée en mathématiques. Si l'on prend $f(x) = x^2 + 1$, f vaudra 5 si $x = 2$ ou 10 001 si $x = 100$. En tant que telle, on ne peut pas donner de valeur à f .

Pour Frege, il faut faire la même chose en logique. Appelons par exemple f le fait d'être belge. En tant que telle, f n'est ni vraie ni fausse. En revanche, $f(\text{Luc})$ est vraie et $f(\text{Gabrielle})$ est fausse.

Un grand avantage de cette approche est de pouvoir enfin traiter des relations entre deux arguments. Soit R la relation « inventeur de ». $R(\text{Gutenberg}, \text{imprimerie})$ est alors vraie mais $R(\text{Steve Jobs}, \text{eau chaude})$ est fausse.

Le lien entre trois arguments peut même être formalisé, comme dans l'expression « le Costa Rica est situé entre le Panama et le Nicaragua », qui se lit $E(x, y, z)$. Et $E(y, z, x)$ par exemple sera alors faux.

Autre atout puissant de cette approche : le verbe être n'apparaît plus (et nous avons vu tout le flou qu'il peut provoquer). La méthode de Frege permet d'éviter dorénavant les sophismes tels que :

Dieu est Dieu.

Ce qui est, existe ;

donc Dieu existe.

• Les quantificateurs

Une troisième grande idée de Frege est l'introduction de deux quantificateurs pour les substituer aux mots « tous » et « quelques ».

- Le premier quantificateur est appelé « universel » : $\forall x$ signifie « pour tout x »
- Le deuxième quantificateur est appelé « existentiel » : $\exists x$ signifie « il existe au moins un x tel que »

Leur utilisation permet de clarifier encore un peu plus le langage.

Prenons l'énoncé « chaque homme aime un sport ». Cela peut signifier que tous les hommes aiment le même sport, ou bien qu'à chaque homme correspond un sport favori. Frege permet de lever l'ambiguïté car :

- La première interprétation s'écrira $(\forall x)(\exists y)(x \text{ aime } y)$.
- La seconde s'écrira $(\exists y)(\forall x)(x \text{ aime } y)$.

La nuance vient de la séquence différente des deux premières parenthèses.

Exercice 4

Décidons de symboliser le ET par \wedge , le OU par \vee et l'implication par \Rightarrow .

a) Comment écririez-vous en langage logique la proposition suivante : « Le fils d'un musicien est un musicien. »

b) Soit $N(x)$: x est un nombre.

Soit $G(y, x)$: y est plus grand que x .

Que signifie : $\forall x \exists y [Nx \Rightarrow (Ny \wedge Gyx)]$

Solution page 45.

L'objectif de Frege était similaire à celui des logiciens des siècles passés, qui voulaient fonder les mathématiques sur des bases purement logiques. Son rêve survivra encore quelques dizaines d'années mais Kurt Gödel démontrera en 1931 qu'une théorie suffisante pour faire de l'arithmétique est nécessairement incomplète, c'est-à-dire qu'elle contient des énoncés dont on ne peut dire ni qu'ils sont vrais ni qu'ils sont faux.

Traiter les paradoxes par la logique des classes

La proposition « cette phrase contient sept mots » est fausse.

La proposition contraire « cette phrase ne contient pas sept mots » est fausse également !

Voilà un cas flagrant où le principe du tiers exclu ne s'applique pas. Est-ce alors encore un principe ?

Pour Bertrand Russell, la réponse est non.

Il avait d'ailleurs un malin plaisir à provoquer ses interlocuteurs. Prenez par exemple les deux propositions suivantes :

- Tous les nombres premiers sont impairs sauf deux.
- Tous les nombres premiers sont impairs sauf un.

Elles sont toutes les deux vraies, quoique logiquement incompatibles.

La vie est remplie de phrases paradoxales :

- J'aimerais vivre centenaire parce qu'il y a très peu de gens qui meurent à cet âge-là.
- La seule excuse de Dieu, c'est qu'il n'existe pas.¹³
- Cette phrase ne vous fait-elle pas penser à un labrador ?

13. Stendhal cité par Friedrich Nietzsche dans *Ecce homo*, Garnier-Flammarion, 1999.

Prenons par exemple cette dernière question. Il n'y avait somme toute aucune raison qu'elle vous fasse penser à un labrador. Et pourtant, avouez que vous venez d'y penser, non ?

Bertrand Russell était fasciné par des paradoxes qu'il appelait « puzzle », c'est-à-dire des propositions dont la valeur de vérité ou de fausseté est impossible à déterminer. Voici les trois plus célèbres :

- Pégase n'existe pas.

Pégase relève des objets imaginaires. Or si ces objets sont inexistant, comment peut-on en dire quelque chose ? Dire que la proposition « Pégase n'existe pas » est vraie nécessite en quelque sorte que Pégase existe !

- Scott est l'auteur de *Waverley*.

Si cette proposition est vraie, alors on peut la remplacer par « Scott est Scott », sans pour autant modifier le sens. Mais alors quelle est son utilité ? Quelle est l'information qu'elle nous apporte ?

- L'actuel roi de France est chauve.

Pour ce dernier exemple, il n'y a pas de roi en France au moment où Russell propose cet exemple. On ne sait donc pas si cette proposition est vraie ou fausse.

On ne peut pas dire que « l'actuel roi de France est chauve » est vraie car il n'y a pas de roi en France actuellement.

On ne peut pas dire que « l'actuel roi de France est chauve » est fausse car cela impliquerait que sa négation est vraie, c'est-à-dire que « l'actuel roi de France n'est pas chauve » est vraie.

Une autre obsession de Russell était le paradoxe d'Épiménide, illustré par l'histoire du barbier.

Le barbier d'un village rase toutes les personnes qui ne se rasent pas elles-mêmes et seulement celles-là. Le barbier de ce village se rase-t-il lui-même ? S'il se rase lui-même, en vertu de ce qui le définit, alors il ne se rase pas lui-même, et s'il ne se rase pas lui-même, alors, toujours en vertu de sa définition, il se rase lui-même. Le barbier de ce village se rase et ne se rase pas lui-même.

En langage logique, si nous posons $R(y, x) = y$ rase x , cet énoncé paradoxal peut s'écrire $\forall x \exists y R(y, x) = \neg R(x, x)$.

- Le symbole $=$ signifie que ce qui est à gauche est identique à ce qui est à droite.
- Le symbole \neg signifie « non ».

Il est pour le moins décevant que les logiciens d'aujourd'hui ne se soient toujours pas accordés sur une même nomenclature. Pour certains par exemple, « non » s'écrit \neg et pour d'autres encore \sim .

Dans une lettre datée du 16 juin 1902, Russell dit à Frege que sa théorie quoique très novatrice ne résiste pas aux questions paradoxales, même si l'écriture qu'il a mise au point résiste.

Frege doit capituler : « Votre découverte de la contradiction m'a causé la plus grande surprise et, je pourrais presque dire, de la consternation. »¹⁴

Bertrand Russell apportera une autre correction à la définition des concepts de Frege. Dans la conception de ce dernier, sens et dénotation sont inextricablement liés puisque la notion de sens donne accès à celle de dénotation. Bertrand Russell critique ces descriptions définies : on définit des mots avec des mots, que l'on définit par d'autres mots, etc.

- « L'étoile du matin est l'étoile du soir » est une définition circulaire puisqu'il faudra définir l'étoile du soir.
- Dire que « l'étoile du matin est l'étoile du matin », c'est-à-dire Vénus, est tautologique donc inutile.

Russell montrera qu'une grande partie des paradoxes résulte de l'autoréférence, ce qui est le cas des propositions qui parlent d'elles-mêmes.

Il deviendra une grande source d'inspiration pour un groupe de thérapeutes formé dans les années 1960, sous le nom de l'École de Palo Alto. Ils montreront que de nombreuses souffrances humaines sont dues à des liens paradoxaux, des « doubles contraintes », comme par exemple « sois grand, mon petit » ou « il faut que vous soyez plus spontané ».

Apparenter au lieu de catégoriser

Tout comme Frege a dû capituler en partie devant Russell, ce dernier devra s'incliner à son tour devant les réflexions de Wittgenstein. La nature du désaccord entre le philosophe anglais et son élève autrichien dépasse de loin le cadre de ce petit essai. Nous nous limiterons ici à deux de ses grandes idées.

- *Family-resemblance*

L'hypothèse de l'homogénéité et de la décidabilité des catégories ayant été mise en défaut, est-il encore possible de définir ou doit-on y renoncer ? S'il n'y a plus ni genre ni espèce, si l'on ne peut plus définir le chien comme un mammifère qui aboie, qu'est-il alors ?

Pour éviter de tomber dans les pièges mis en évidence par ses prédécesseurs, Wittgenstein invite à définir un mot par son usage, et donc son contexte. La question de l'absence de bijection entre le concept et le mot ne peut être résolue qu'avec le contexte. La signification du mot dépend de la phrase dans laquelle il apparaît :

- Cette personne est en pleine dépression.
- Les États-Unis ont connu une grande dépression dans les années 1930.
- La dépression a provoqué des précipitations abondantes en Irlande.

Pour apprendre à parler, il faut apprendre les règles du langage. Le philosophe autrichien donne l'exemple du jeu. Qu'est-ce qu'un jeu ? Pour répondre à cette question, il faut étudier

14. Réponse de Frege datée du 22 juin 1902.

plusieurs exemples de jeux : le Monopoly, le ping-pong, le puzzle ou encore le jeu de séduction. Qu'est-ce qui leur est commun ? Autrement dit, quelle sera la *différence spécifique* qui fait de ces activités des jeux ? Pour Wittgenstein, elle n'existe pas.

S'ils participent de la même catégorie des jeux, ce n'est pas en vertu d'une caractéristique commune. C'est parce qu'il y a des analogies entre eux.

- Entre le Monopoly et le ping-pong, il y a des points communs : un support de jeu, un ou plusieurs adversaires et parfois des coéquipiers, des éléments (raquettes, jetons, etc.), la dimension d'activité de loisir, etc.
- Mais entre le ping-pong et le jeu de séduction apparaîtront d'autres analogies : des techniques d'intimidation et de déstabilisation de l'adversaire, la ruse, la dissimulation, etc.
- Contrairement aux autres jeux, le puzzle est une activité ludique solitaire ; mais il partage avec le Monopoly et le jeu de séduction une dimension d'intuition, de tactique stratégique, etc.

Plutôt que de classer les éléments, on les apparente, selon des airs de famille. Cela permet de ne plus répondre à des questions telles que : le ping-pong est-il un sport ou un jeu ? Le Monopoly est-il un jeu de société, au même titre que le jeu de séduction ?

Quand on passe d'un ensemble à un autre – pour autant qu'ils existent –, on retrouve des correspondances avec la classe précédente, mais des traits communs apparaissent tandis que d'autres disparaissent. Pour caractériser ces analogies, Wittgenstein utilise l'expression de *family-resemblance* ou « air de famille » car « c'est ainsi que s'entrecroisent et que s'enveloppent les unes sur les autres les différentes ressemblances entre les différents membres d'une famille » : le visage, les yeux, les cheveux, etc.¹⁵

Il devient donc possible de définir les choses sans pour autant les classer dans des catégories homogènes et rigides. On passe du système limité des catégories au réseau infini des classes, du processus maladroit et vain de classification au processus riche et créatif de « l'apparementement ».

• Pseudo-propositions

Pour Wittgenstein, la question concernant la vérité ou la fausseté des propositions n'était pas la bonne. Il propose alors d'évaluer les propositions selon leur sens. Dans le *Tractatus logico-philosophicus*, il va distinguer les propositions sensées des *pseudo-propositions* qui sont insensées ou hors du sens.

Pour avoir un sens :

- Les composants de la proposition doivent avoir un sens (cela exclut les composants issus de la métaphysique et de la fiction) : « Roméo aime Juliette » n'est pas une proposition sensée car ces deux personnages sont issus d'une pièce de théâtre.

15. *Investigations philosophiques*, 1936 (traduction de P. Klossowski, Gallimard, 1961).

- Il faut un usage correct des signes, c'est-à-dire que le signe doit être utilisé dans un contexte où il peut apparaître (en vertu de sa forme) : « la tasse a bu le chien » n'est pas une proposition sensée car la tasse ne peut pas boire.
- Il faut une connexion correcte des signes : « bu la chien tasse a le » n'est pas une connexion correcte des signes.
- Il faut que la proposition soit vérifiable : « Hélène portait un pantalon vert il y a une semaine » est une proposition vérifiable.

Lorsque les propositions ne sont pas conformes à ces critères, il faut parler de *pseudo-propositions*. Wittgenstein en distingue deux types :

- Les pseudo-propositions insensées : ce sont des propositions qui croient dire quelque chose sur le réel alors qu'elles ne le peuvent pas (propositions qui traitent de métaphysique, de fiction, d'esthétique, d'éthique). Ce ne sont pas nécessairement des propositions absurdes. « Dieu est grand », « aimer son père et sa mère est bien », « le Parthénon est beau » sont des propositions insensées.
- Les pseudo-propositions hors du sens : ce sont des propositions formelles et sans contenu, qui ne donnent pas d'informations sur le réel, mais qui renvoient à la forme de la pensée. Les énoncés mathématiques comme « $2 + 2 = 4$ », les tautologies comme « un chat est un chat » ou les contradictions comme « je suis allergique aux cacahuètes donc j'en mange tous les jours » sont des propositions hors du sens.

Wittgenstein va même jusqu'à affirmer que les problèmes philosophiques – qui englobent ceux de la logique – sont des problèmes linguistiques et grammaticaux.

Dans les expressions « avoir mal » ou « avoir de l'argent », le verbe avoir décrit tantôt une situation du monde intérieur, tantôt une situation du monde physique. D'un point de vue logique, « avoir une douleur » n'est pas plus posséder quelque chose qu'avoir un bus à prendre !

Dans la phrase « je pense donc je suis », « je » ne se réfère pas toujours à mon esprit. La preuve en est que lorsque je déclare « j'ai mal aux dents », cela ne veut pas dire que c'est mon esprit qui a mal aux dents...

Wittgenstein nous laisse avec des questions troublantes. Un dernier exemple : quelle est la différence entre dire « mon bras se lève » et dire « je lève mon bras » ?

L'avenir de la logique reste « donc » à écrire !

Solutions des exercices

1. Le diplomate, le menteur et l'homme sincère. L'homme sincère n'est pas à gauche car, s'il en était ainsi, celui du milieu ne pourrait pas l'être aussi. Mais l'homme sincère n'est pas non plus au milieu, sinon il serait obligé de le dire. Il est donc à droite. Étant donné qu'il affirme que le menteur est au milieu, il dit vrai et le menteur est effectivement au milieu. Pour ce qui est du diplomate, il est à gauche.

2. Le mariage. On pense spontanément ne pas avoir assez d'éléments pour répondre à la question et l'on est tenté de répondre « C : Ne peut être déterminé ». Or l'énoncé permet de répondre « A : Oui », car si Simone n'est pas mariée, alors une personne mariée, Gérard, regarde bien une personne qui ne l'est pas, Simone ; si Simone est mariée, alors une personne mariée, Simone, regarde bien une personne qui ne l'est pas, Jacques. Dans tous les cas, une personne mariée regarde une personne qui ne l'est pas.

3. Le jeu de cartes. On ne réalise pas immédiatement qu'en plus du 2, il faut retourner le 3 et le 4, car, si par hasard, on y trouvait un 2, l'affirmation de départ se révélerait fausse. En revanche, il est inutile de retourner le 7, car, même si l'on y découvrirait un 5, cela ne contredirait en rien l'affirmation que l'on demande de vérifier. Pour répondre à la question, il faut donc retourner trois cartes.

4a. Le fils d'un musicien. Définissons $F(x,y)$ comme « y est le fils de x » et $M(x)$ comme « x est musicien ». La proposition s'écrit alors : $\forall y [\exists x Fxy \wedge Mx] \Rightarrow My$.

4b. L'équation proposée signifie : « Pour tout nombre, il y a un nombre plus grand que lui. »

Références bibliographiques

- Aristote, *L'Analytique*, textes choisis par Pierre Trotignon, PUF, 1968.
- Antoine Arnauld, Pierre Nicole, *La logique ou l'art de penser*, Gallimard, 2001.
- Antoine Arnauld, Claude Lancelot, *Grammaire générale et raisonnée*, Republications Paulet, 1969.
- George Boole, *Les lois de la pensée*, Vrin, 2002.
- Albert Camus, *Le mythe de Sisyphe*, Gallimard, 1942.
- Alain Cohen, Philippe Boulanger, *Le Trésor des paradoxes*, Belin, 2008.
- E. R. Dodds, *Les Grecs et l'irrationnel*, Flammarion, 1959.
- Gottlob Frege, *Écrits logiques et philosophiques*, Seuil, 1994.
- Georg W. F. Hegel, *Encyclopédie des sciences philosophiques, Tome III : Philosophie de l'esprit*, Vrin, 2000.
- Douglas Hofstadter, *Ma Thémagie*, Interéditions, 1997.
- William James, *Le pragmatisme*, Flammarion, 2007.
- Emmanuel Kant, *Critique de la raison pure*, Flammarion, 2006.
- Thomas S. Kuhn, *La structure des révolutions scientifiques*, Flammarion, 2008.
- Gottfried W. Leibniz, *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, Flammarion, 1993.
- Bertrand Russell, *Histoire de la philosophie occidentale*, Belles Lettres, 2011.
- Bertrand Russell, *Problèmes de philosophie*, Payot, 1989.
- Bertrand Russell, « De la dénotation » dans *Écrits de logique philosophique*, PUF, 1989.
- Arthur Schopenhauer, *L'art d'avoir toujours raison*, Circé, 1990.
- Ludwig Wittgenstein, *Investigations philosophiques*, Gallimard, 1961.
- Ludwig Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, Gallimard, 2001.
- Jacques Zabarella, Michel Bastit, *Tables de logique, Sur l'introduction de Porphyre, les Catégories, le De l'interprétation et les Premiers Analytiques d'Aristote : Petite synthèse introductive à la logique aristotélicienne*, L'Harmattan, 2003.

Eyrolles sur Twitter et Facebook

Pour suivre toutes les nouveautés numériques du Groupe Eyrolles retrouvez-nous sur Twitter et Facebook



[@ebookEyrolles](#)



[EbooksEyrolles](#)

Et retrouvez toutes les nouveautés papier sur



[@Eyrolles](#)



[Eyrolles](#)