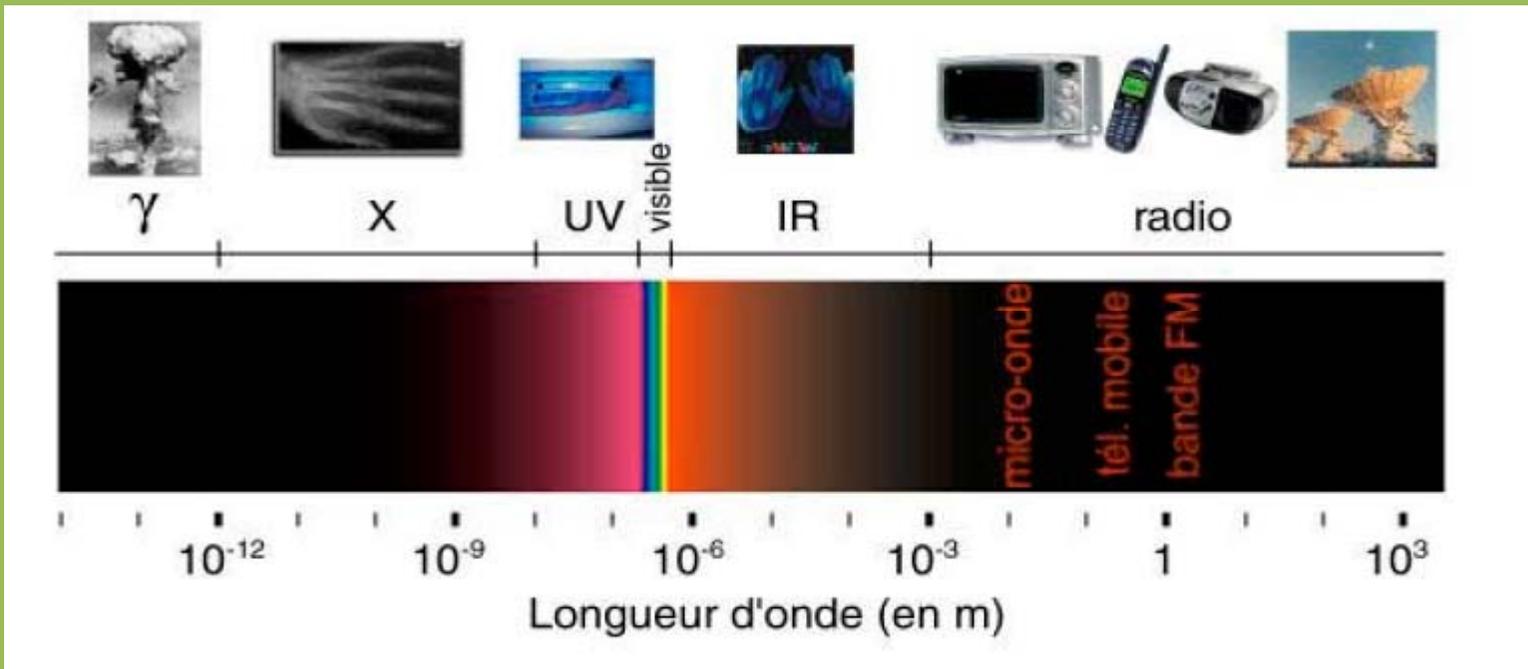


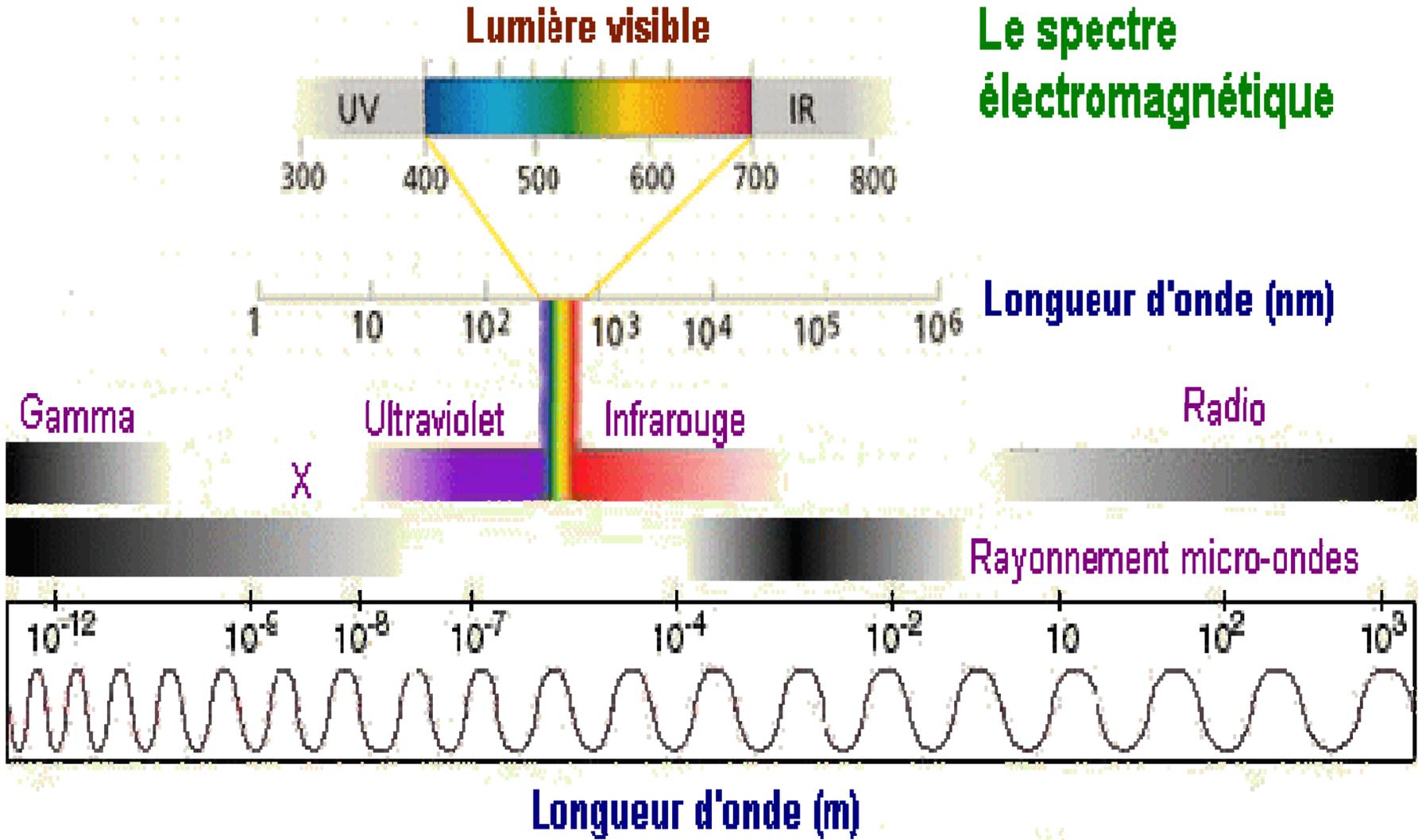
Cours d'Optique géométrique
CLASSES MPSI-PCSI-TECHNO
AMAMI MOHAMED
IPEST

OPTIQUE GEOMETRIQUE

- 1/généralité sur la lumière
- 1/spectre EM:



Le spectre électromagnétique



- Dans le vide
- $400 < \lambda_{\text{visible}} < 800 \text{ nm}$
- $f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

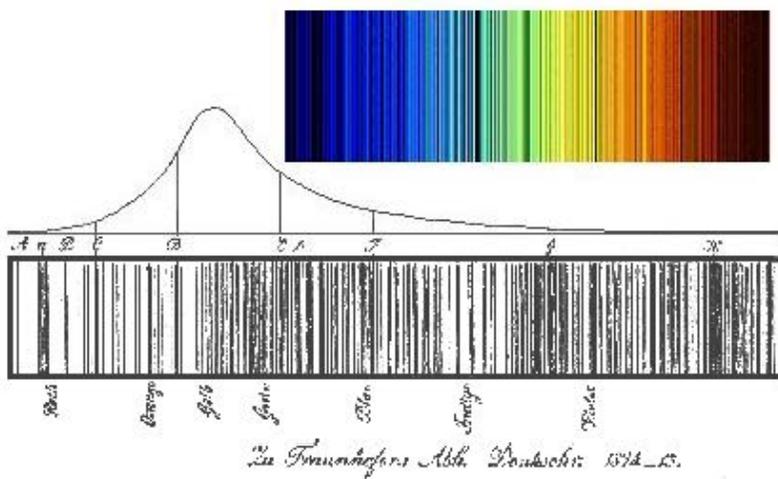
- Tel que $\lambda_0 = c T$ avec $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ la vitesse de la lumière dans le vide

- 2/les sources de la lumière:

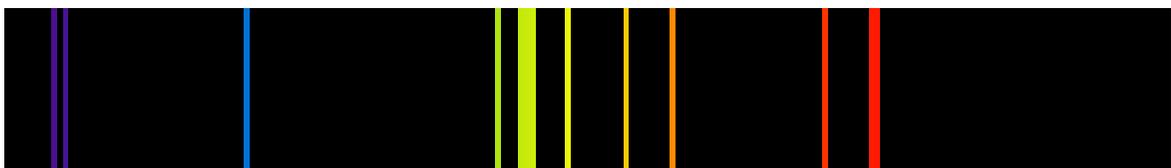
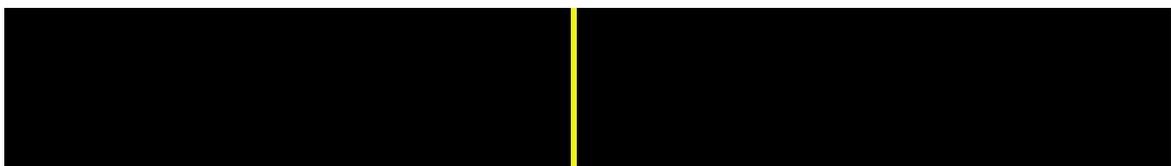
Il existe trois grands type de sources de lumière :

- **Sources à spectre continu** : le spectre (graphe) des fréquences émises est continu et comprend toutes les fréquences du visible. Exemple : le Soleil, les lampes à incandescence.
- **Sources à spectre discret / de raies** : cas des lampes à vapeur de mercure ou de sodium étudiées en TP.
- **Lasers** : qui sont des sources quasi-monochromatiques, c'est-à-dire émettant une seule « raie » lumineuse.

Spectre **continu**(soleil)



Spectre **discontinu**(mercure)



- 3/Milieus de propagation de la lumière :

transparents

translucides

Opaques

homogènes

Isotropes

Absorbant

Réfléchissant

diffusant

- 4/indice d'un milieu:
- La vitesse de la lumière dans le vide est c
- La vitesse de la lumière dans le milieu est v
- L'indice du milieu est défini par la formule
$$n(\lambda)=c/v$$
- En général $n>1$
- Dans le vide $\lambda_0 =c T$
- Dans le milieu $\lambda =v T= \lambda_0 /n < \lambda_0$
- Les milieux matériels tassent (compriment) les longueurs d'ondes

- Le milieu est dit dispersif si n dépend de la fréquence
- Il y a des milieux transparents qui vérifient la loi de Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$$

- Un milieu est dispersif si l'intensité de la lumière décroît lors de la propagation dans le milieu matériel .la loi de décroissance est en général exponentielle
- Généralement un milieu absorbant est dispersif

- Ordre de grandeurs:

- Solides:

Flint 1,62 - 1,76 (très dispersif)

Crown 1,5

Diamant 2,4

Verre organique(polycarbonate) 1,5 -1,7

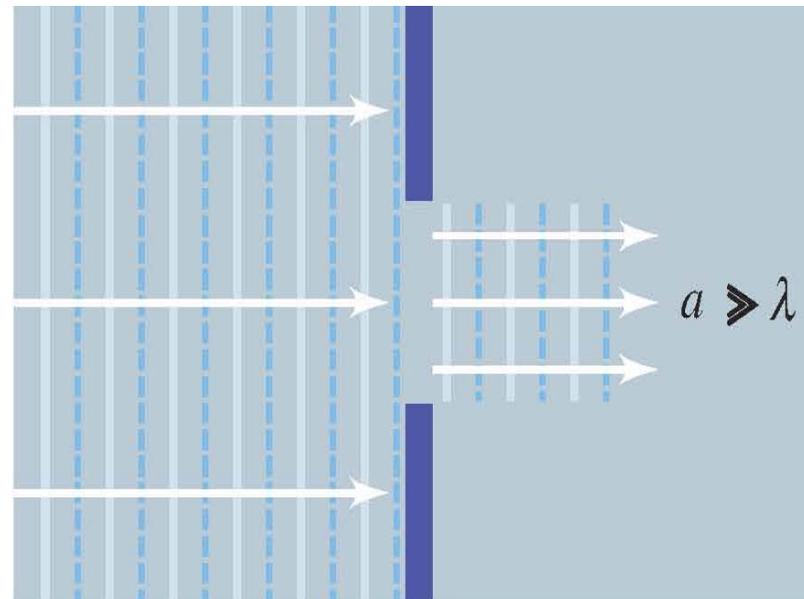
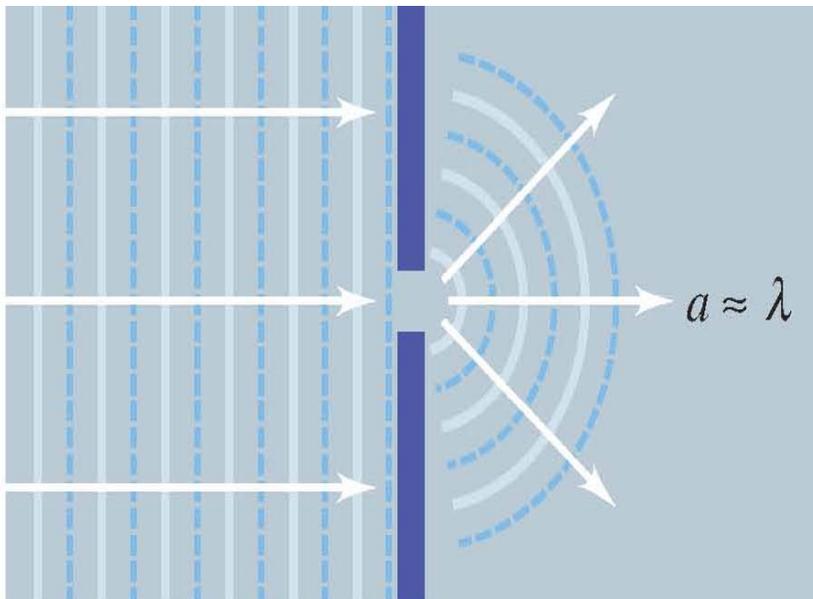
Liquides:

liquide	indice de réfraction
verre	1.511 à 1.535
benzène	1.501
alcool éthylique	1.361
glycérine	1.473
eau	1.333

Gaz: air sec 1,000293
CO₂ 1,000448
vapeur d'eau 1,000249
Vide 1

- II/Approximation de l'optique géométrique:
1/domaine de l'optique géométrique:
 - λ petit par rapport aux instruments de mesure
 - C'est l'approximation des petites longueurs d'ondes devant les distances de variations typiques de l'indice du milieu càd que l'indice varie très peu à l'échelle de la longueur d'onde dans ces conditions la définition de n déjà vue est valable

Dans l'étude de la lumière rencontrant les objets d'échelle macroscopique, la petitesse des longueurs d'onde ($\lambda \sim 10^{-7}$ cm) du visible vis à vis des grandeurs des objets qu'elle rencontre ($L \sim 1$ cm et plus) a permis d'élaborer une théorie géométrique de la propagation des ondes lumineuses : *L'optique géométrique*.



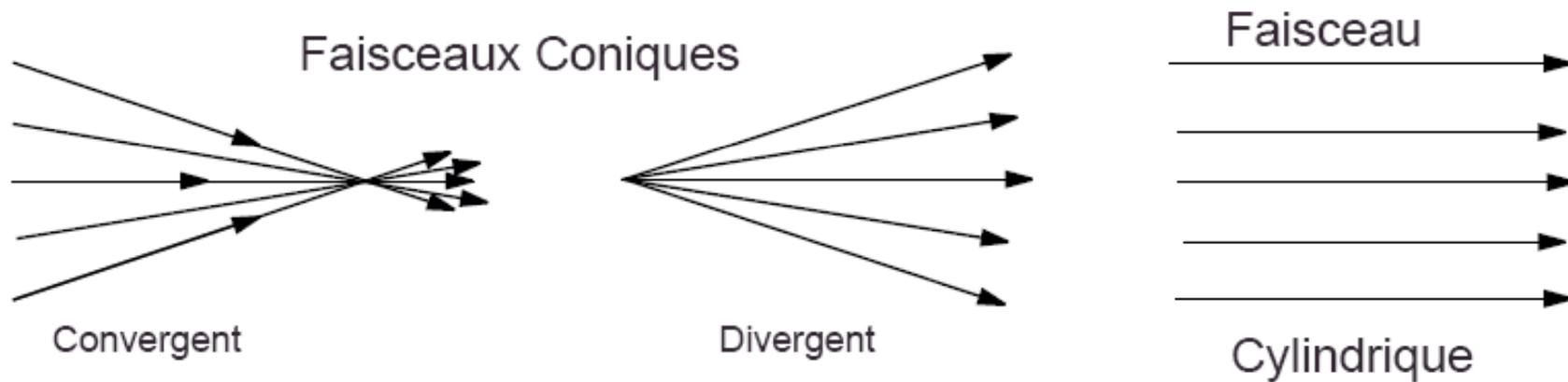
2/notion de rayon lumineux:

Définition. On appelle *rayon lumineux*, toute courbe suivant laquelle se propage la lumière.

il est impossible d'isoler un seul rayon lumineux

Propriété. Deux rayons lumineux se rencontrant, n'interagissent pas (un rayon lumineux ne peut pas être dévié par un autre rayon lumineux).

Faisceau lumineux: ensemble de rayons passant par un point unique est une surface donnée



- 3/principes de l'optique géométrique:

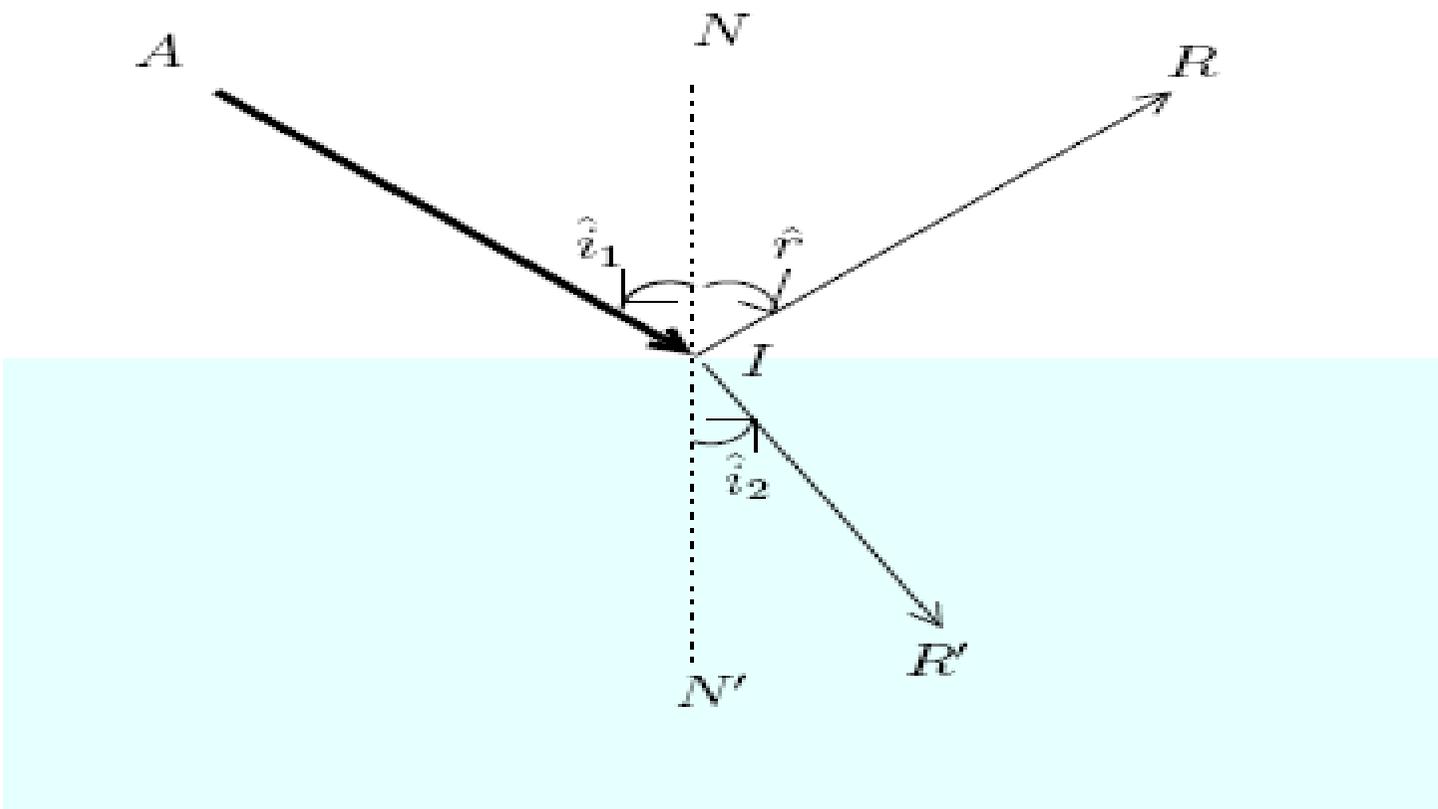
Principe.1. Il existe des *rayons lumineux* qui restent indépendants les uns des autres (pas d'interaction entre eux).

Principe.2. Dans un milieu *homogène, transparent* et *isotrope*, les rayons lumineux sont des *lignes droites*.

Principe.3. À la surface de séparation de deux milieux, les rayons lumineux obéissent aux lois de **Snell-Descartes**.

III/les lois de descartes

1/défs:



- Dioptre:
- Rayon réfracté:
- Rayon réfléchi:
- Plan d'incidence:
- La normale:
- Angle d'incidence:
- Angle de réfraction:
- Le point d'incidence:
- Req: à incidence normale on ne peut pas définir le plan d'incidence

2/lois de la réflexion:

1. Le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence.
2. L'angle de réflexion r est égal à l'angle d'incidence i .

$$i = -r$$

3/lois de la réfraction:

1. Le rayon réfracté est dans le plan d'incidence.
2. Pour deux milieux donnés et une lumière de longueur d'onde donnée λ , il existe un rapport constant entre le sinus de l'angle d'incidence i_1 et le sinus de l'angle de réfraction i_2

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n(\lambda)$$

4/propriétés des indices:

1. L'indice $n(\lambda)$ d'un milieu 2 par rapport à un milieu 1 est égal au rapport des vitesses v_1 et v_2 de l'onde lumineuse dans les milieux 1 et 2

$$n(\lambda) = \frac{v_1(\lambda)}{v_2(\lambda)}$$

(Rappelons à ce propos que la vitesse de l'onde lumineuse $v(\lambda)$ dans un milieu quelconque est toujours inférieure à ce qu'elle serait dans le vide.) On aura donc pour trois milieux 1, 2 et 3 où les vitesses respectives de la lumière sont v_1 , v_2 et v_3 , les indices de ces milieux pris deux à deux

$$n_{2,1} = \frac{v_1}{v_2} \quad n_{3,1} = \frac{v_1}{v_3} \quad n_{3,2} = \frac{v_2}{v_3}$$

$$\text{d'où } n_{3,2} = \frac{n_{3,1}}{n_{2,1}}$$

2. L'indice relatif de deux milieux est égal au rapport de leurs indices relatifs à une même substance. Si on prend comme milieu de comparaison *le vide*, on obtient *l'indice absolu*.

Conséquence 1. Deuxième forme de la loi de la réfraction de Snell-Descartes : Soit n_1 et n_2 les indices absolus de deux substances, alors $n = \frac{n_2}{n_1}$ est l'indice du second par rapport au premier et

$$\sin i_1 = n \sin i_2 = \frac{n_2}{n_1} \sin i_2$$

D'où

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

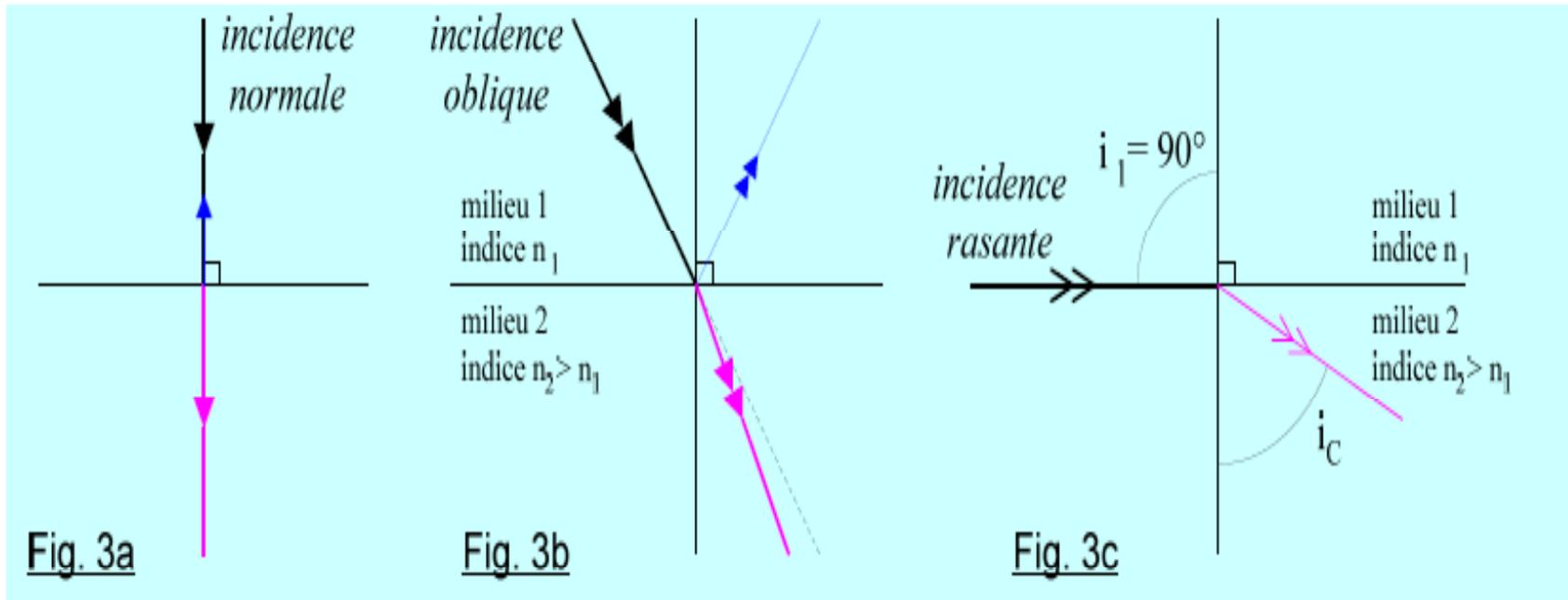
Avec les indices absolus $n_1(\lambda)$ et $n_2(\lambda)$, la deuxième loi de la réfraction prend donc une forme complètement symétrique.

Conséquence 2. De la symétrie de la relation précédente on déduit le *principe du retour inverse de la lumière*. Dans l'expérience de réfraction, si un rayon arrive suivant $R'I$, il se réfracte selon IA : Le trajet de la lumière réfractée ne dépend pas de son sens de propagation. En général, lorsque deux rayons lumineux réfractés ont une partie de trajet identique de *longueur non nulle*, ils sont alors superposés sur tout leur parcours (une conclusion identique s'impose pour les rayons réfléchis).

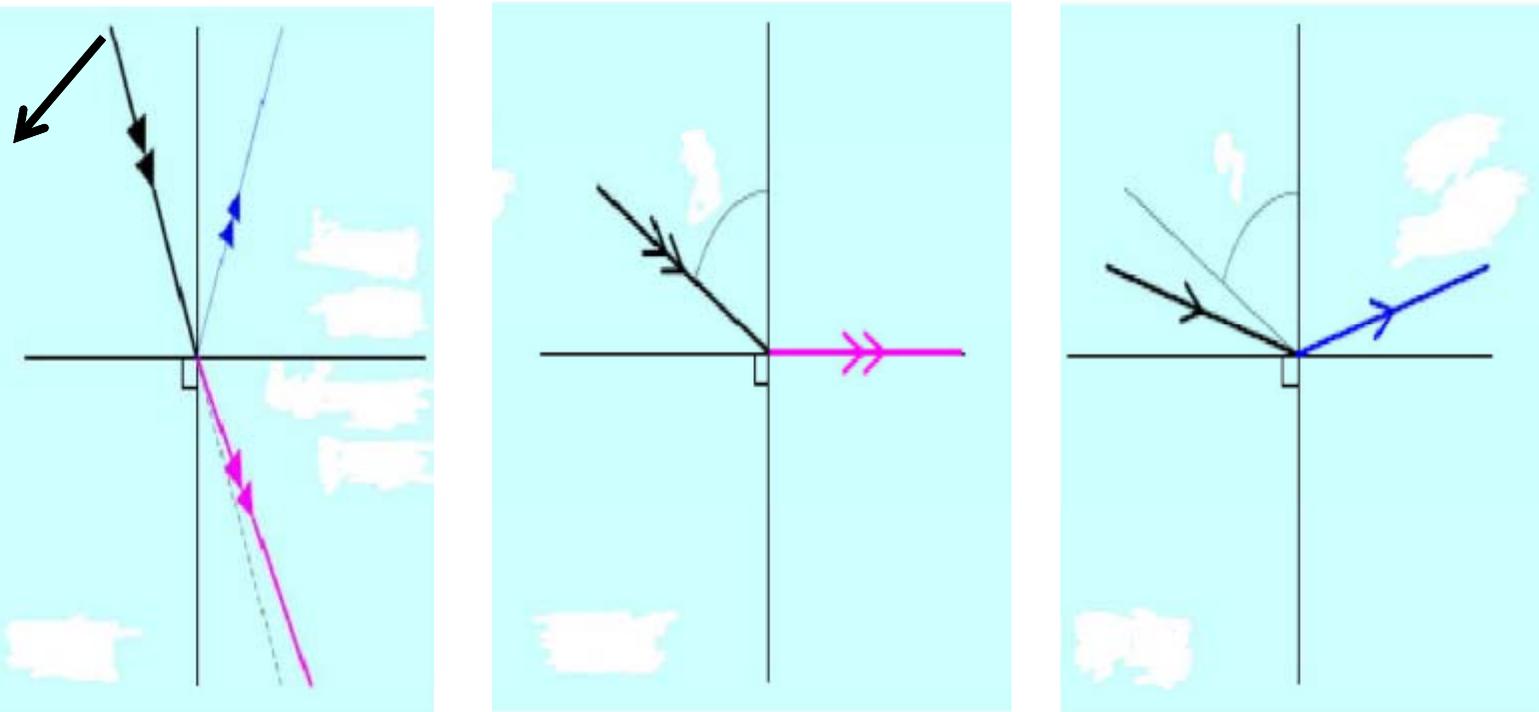
5/construction des rayons réfractés:

$$n_2 > n_1$$

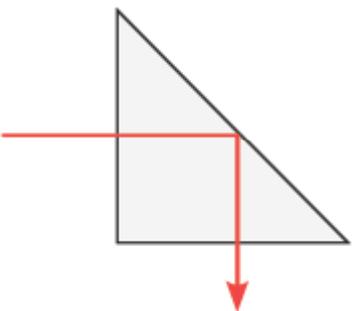
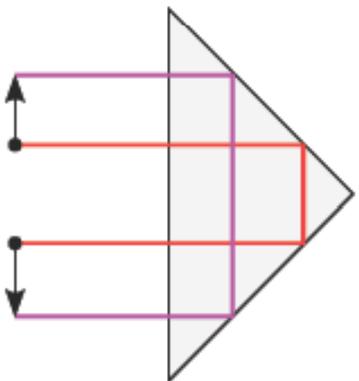
Quelque soit $0 \leq i_1 \leq \frac{\pi}{2}$, le rayon réfracté *existe toujours* et se rapproche de la normale.



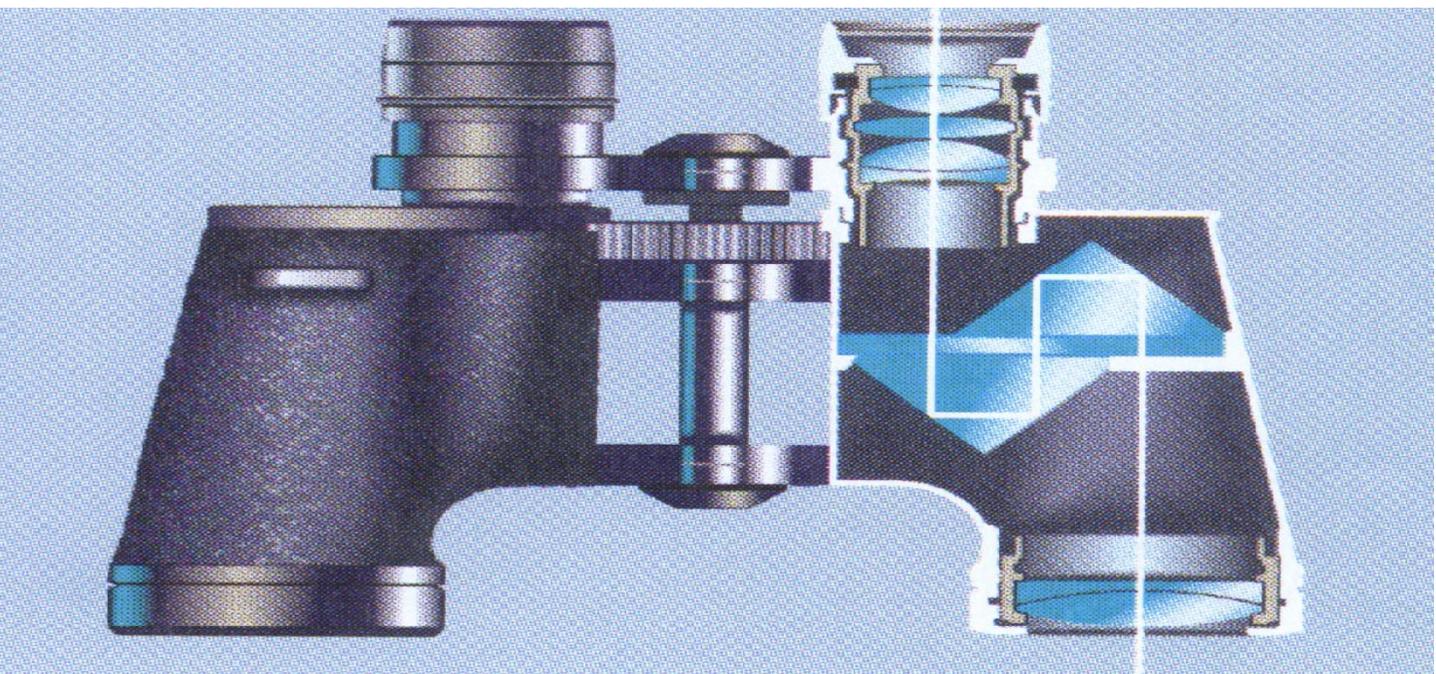
$$n_2 < n_1$$

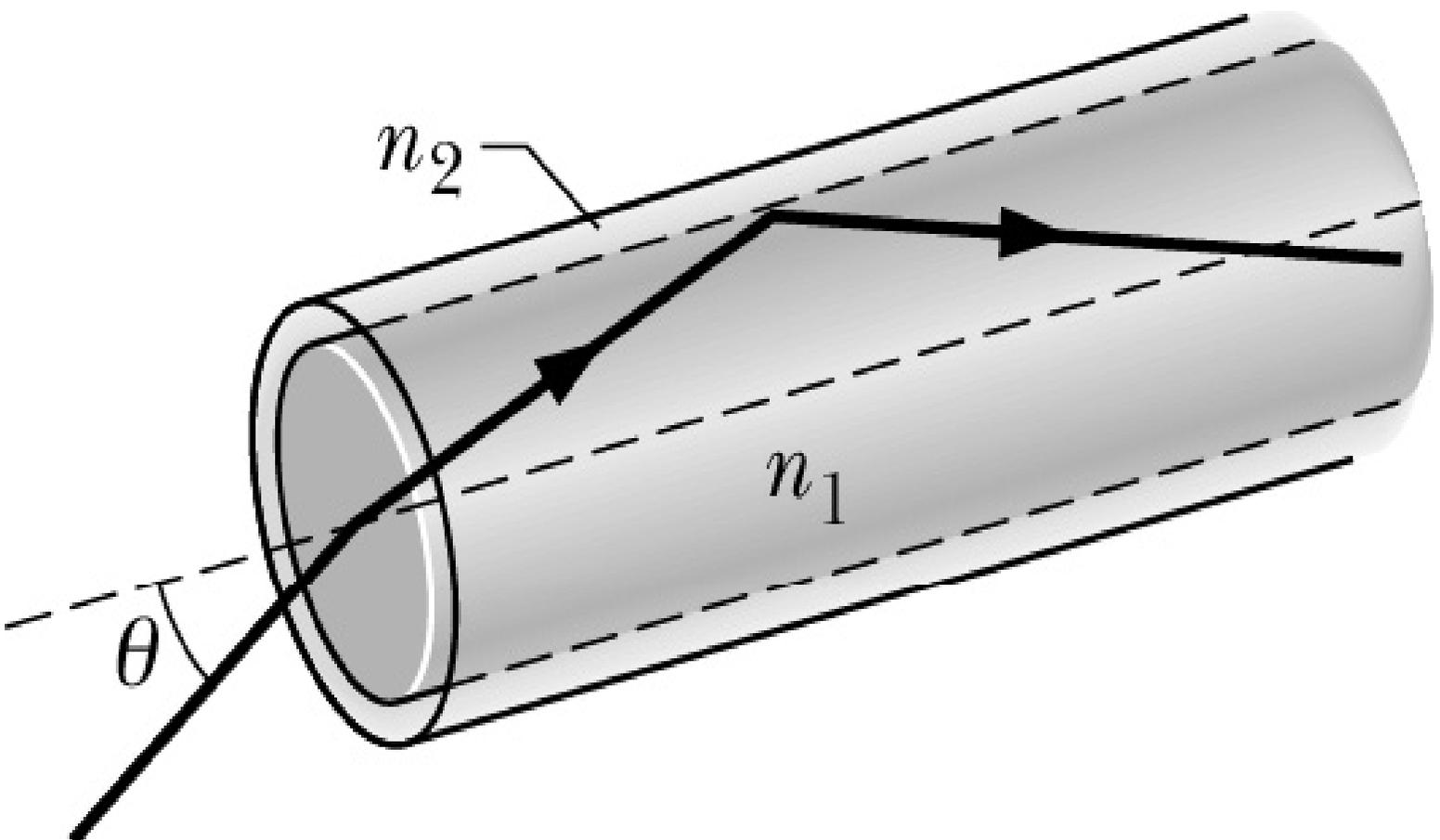


Quand $i_2 \rightarrow 90^\circ$ (émergence rasante), $i_1 \rightarrow \lambda$ tel que $\sin \lambda = \frac{n_2}{n_1}$.



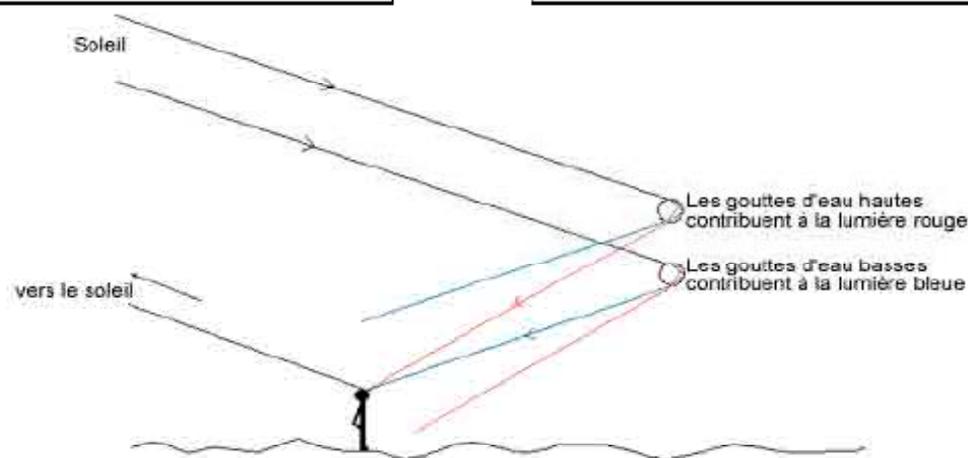
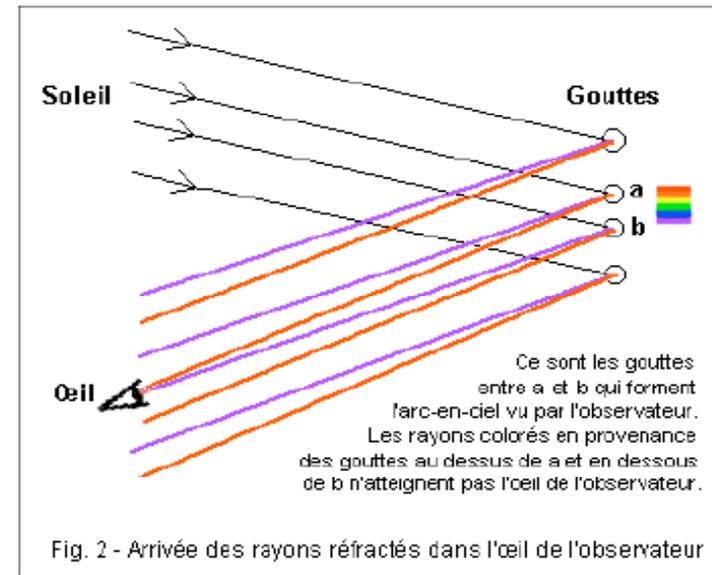
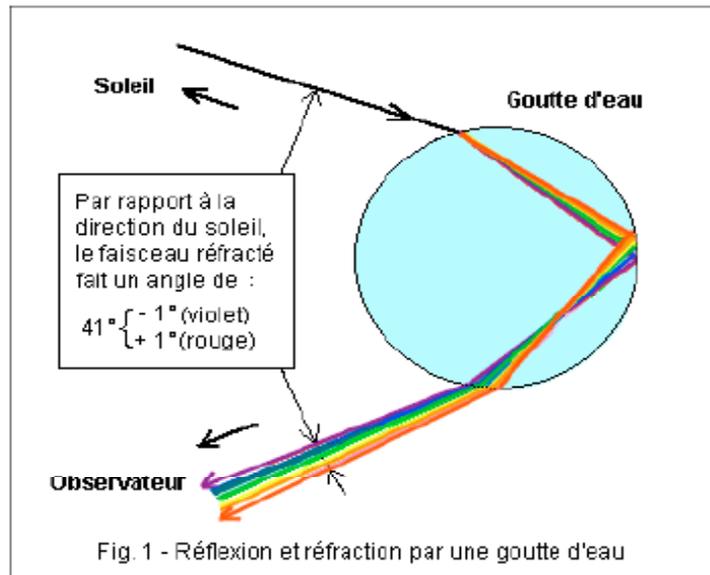
Applications :





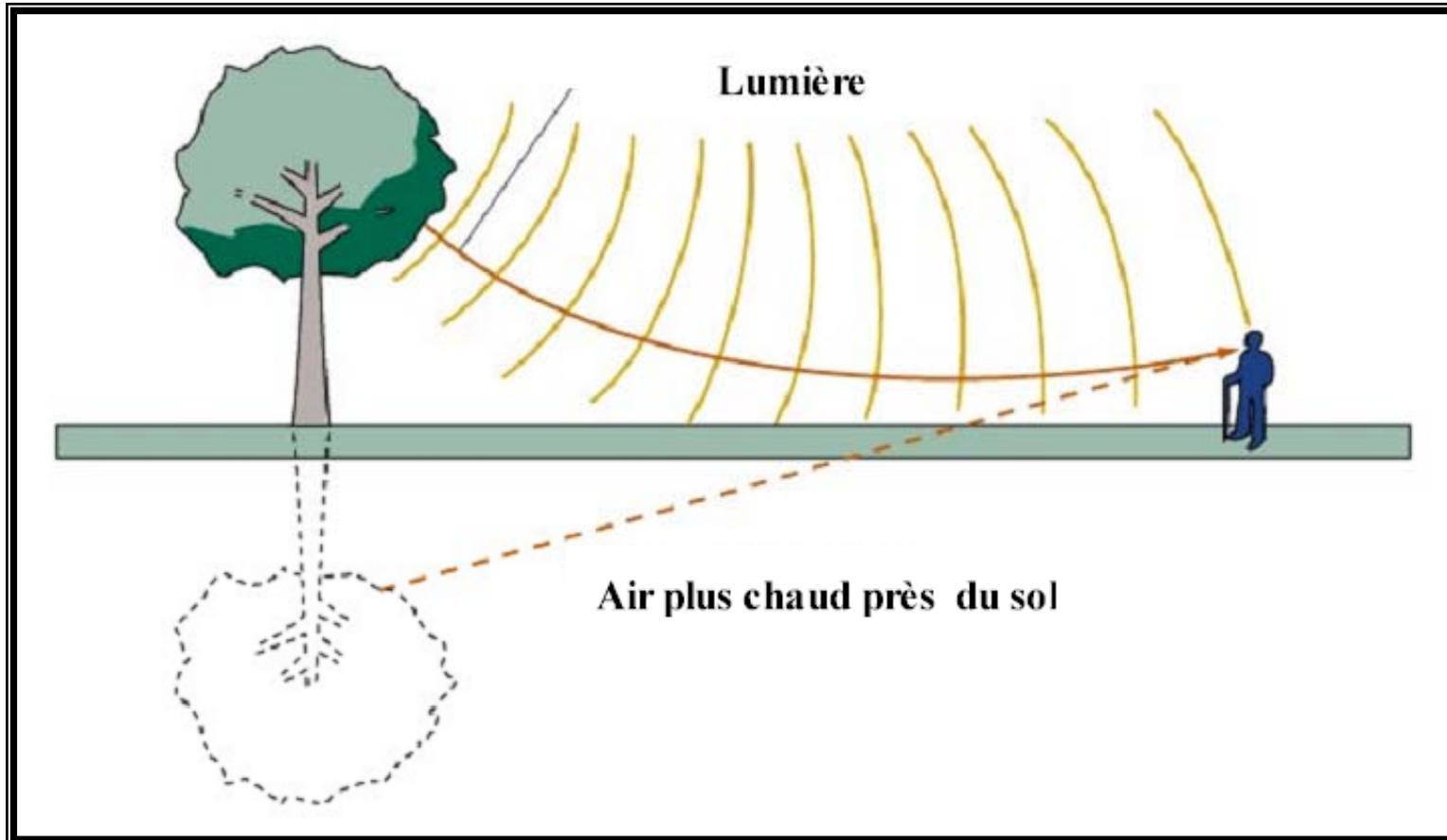
FIBRE OPTIQUE

Dispersion: l'arc en ciel



6/Propagation dans un milieu non homogène $n(M)$:

*Mirage inférieur



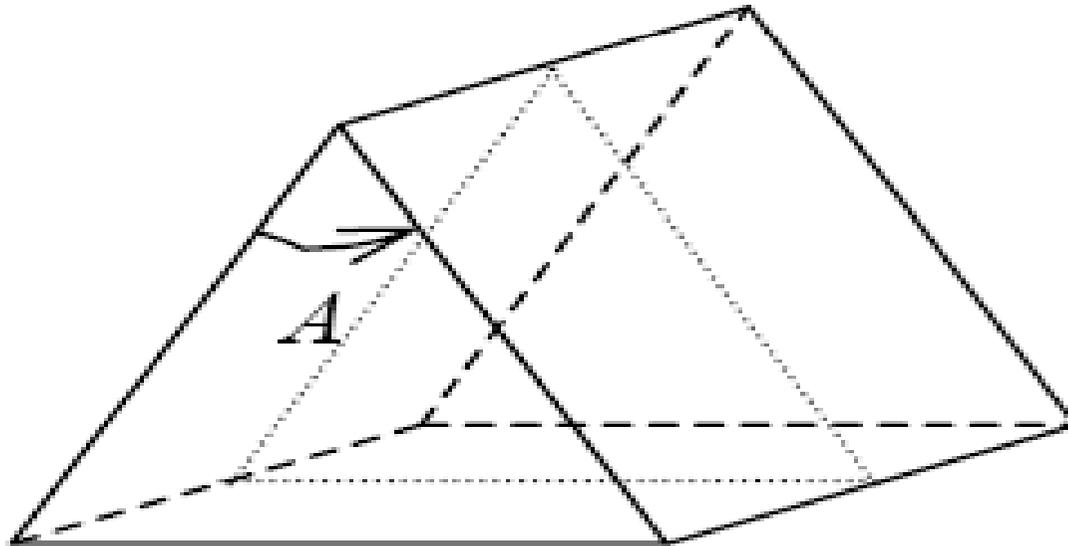
*Mirage supérieur:



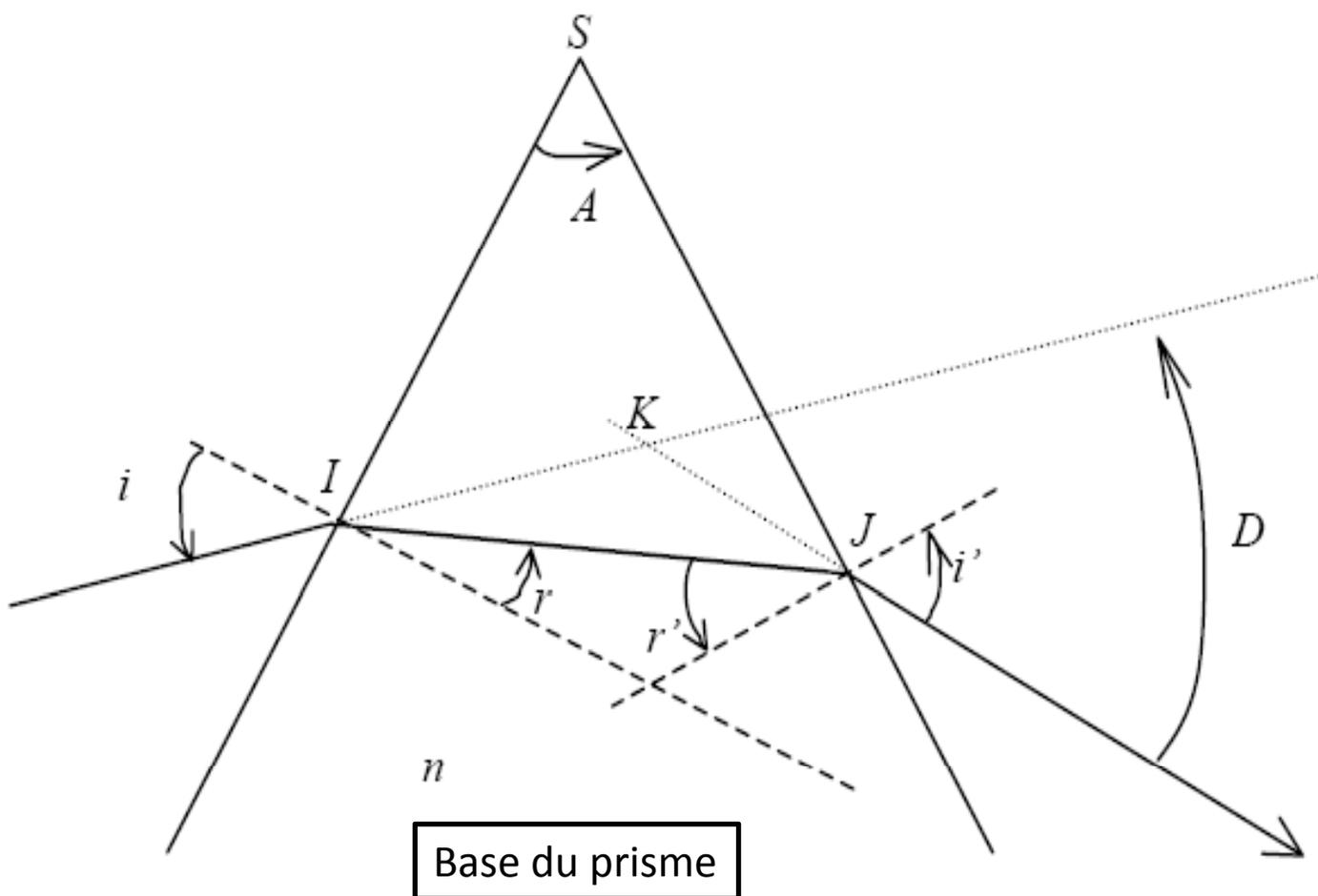
IV/Etude du prisme

1/déf:

Un prisme est un milieu homogène, généralement en verre, délimité par deux dioptries non parallèles (figure 7.18.). L'angle A est appelé *angle au sommet* du prisme. On éclaire en général un prisme sur une de ses sections (en pointillés sur la figure) : on le représentera donc comme un triangle.



2/marche d'un rayon dans le prisme:



Les formules du prisme sont:

$$\sin(i) = n \sin(r) \quad (1)$$

$$\sin(i') = n \sin(r') \quad (2)$$

$$r + r' = A \quad (3)$$

$$D = i - r + i' - r' = i + i' - A \quad (4)$$

Si les angles sont petits la déviation est indépendante de l'angle d'incidence

$$D = (n - 1) A$$

3/conditions d'émergence:

On va chercher les conditions sur l'angle du prisme A et l'angle d'incidence i pour avoir un rayon émergent à la face de sortie du prisme

Pour avoir un rayon émergent d'un prisme d'indice n avec $\sin\lambda = 1/n$ ou λ est l'angle de réfraction limite il faut que:

$$-\lambda < r' < \lambda$$

et si $|r'| > \lambda$ il y a réflexion totale à l'intérieur du prisme

*condition sur A

Quand i varie de $-\pi/2$ à $\pi/2$

$$-\lambda < r < \lambda \text{ donc } A - \lambda < r' < A + \lambda$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda < r' < \lambda \\ A - \lambda < r' < A + \lambda \end{array} \right.$$

Ces deux résultats sont compatibles si

$$A - \lambda < \lambda$$

$$A - \lambda < \lambda \text{ donc}$$

Si $A < 2\lambda$ il y a un rayon réfléchi

Si $A > 2\lambda$ il y a toujours réflexion totale à l'intérieur du prisme sur la face de sortie

*Condition sur i :

$$A - \lambda < r' < \lambda$$

$$A - \lambda < r < A + \lambda$$

$$\sin(A - \lambda) < \sin(r) < \sin \lambda = 1/n$$

$$n \sin(A - \lambda) < n \sin(r) < 1$$

$$\sin(i_0) < \sin(i) < \sin(\pi/2)$$

$$i_0 < i < \pi/2$$

$$\text{avec } i_0 = \arcsin(n \sin(A - \lambda))$$

- Si $i = \pi/2$, $r = \lambda$, $r' = A - \lambda$, $i' = i_0$
- Si $i' = i_0$, $r = A - \lambda$, $r' = \lambda$, $i = \pi/2$

4/ Etude de D :

comme $D = f(A, n, i)$

Pour cela, on différencie les 4 formules du prisme :

$$\begin{aligned} \cos(i) di &= n \cos(r) dr + dn \sin(r) \\ \cos(i') di' &= n \cos(r') dr' + dn \sin(r') \\ dA &= dr + dr' \\ dD &= di + di' - dA \end{aligned}$$

A partir de la première relation, exprimons dr :

$$dr = \frac{\cos(i)}{n \cos(r)} di - \frac{\sin(r)}{n \cos(r)} dn$$

A partir de la troisième relation, exprimons dr' :

$$dr' = dA - dr$$

A partir de la deuxième relation, exprimons di' :

$$di' = \frac{n \cos(r')}{\cos(i')} (dr') + \frac{\sin(r')}{\cos(i')} dn$$

puis en remplaçant dr'

$$di' = \frac{n \cos(r')}{\cos(i')} (dA - dr) + \frac{\sin(r')}{\cos(i')} dn$$

puis en remplaçant dr

$$di' = \frac{n \cos(r')}{\cos(i')} dA - \frac{n \cos(r')}{\cos(i')} \left(\frac{\cos(i)}{n \cos(r)} di - \frac{\sin(r)}{n \cos(r)} dn \right) + \frac{\sin(r')}{\cos(i')} dn$$

$$di' = \frac{\cos(r') \cos(i)}{\cos(i') \cos(r)} di + \frac{n \cos(r')}{\cos(i')} dA + \left[\frac{\sin(r') \cos(r)}{\cos(i') \cos(r)} + \frac{\sin(r) \cos(r')}{\cos(r) \cos(i')} \right] dn$$

comme $\sin(r') \cos(r) + \sin(r) \cos(r') = \sin(r+r') = \sin(A)$, on obtient finalement :

$$di' = \frac{\cos(r') \cos(i)}{\cos(i') \cos(r)} di + \frac{n \cos(r')}{\cos(i')} dA + \left[\frac{\sin(A)}{\cos(i') \cos(r)} \right] dn$$

En injectant cette relation dans la quatrième relation du prisme :

$$dD = \left[1 - \frac{\cos(i) \cos(r')}{\cos(i') \cos(r)} \right] di + \left[\frac{\sin(A)}{\cos(i') \cos(r)} \right] dn + \left[n \frac{\cos(r')}{\cos(i')} - 1 \right] dA$$

Il suffit d'identifier ensuite dD aux dérivées partielles :

$$dD = \left[1 - \frac{\cos(i)\cos(r')}{\cos(i')\cos(r)} \right] di + \left[\frac{\sin(A)}{\cos(i')\cos(r)} \right] dn + \left[n \frac{\cos(r')}{\cos(i')} - 1 \right] dA = \frac{\partial D}{\partial i} di + \frac{\partial D}{\partial n} dn + \frac{\partial D}{\partial A} dA$$

* Variation de D avec A :

$$\frac{\partial D}{\partial A} = n \frac{\cos(r')}{\cos(i')} - 1$$

Si l'indice de réfraction est supérieur à 1, l'angle i' est toujours supérieur à l'angle r' , et par conséquent, $\cos(r')/\cos(i')$ est toujours supérieur à 1. $\partial D/\partial A$ est donc toujours positif :

La déviation est une fonction croissante de l'angle du prisme, autrement dit, la déviation se fait vers la base du prisme.

*Variation de D avec i :

$$\frac{\partial D}{\partial i} = 1 - \frac{\cos(i) \cos(r')}{\cos(i') \cos(r')} = 0$$

Expérimentalement, on constate en faisant varier l'angle d'incidence que la déviation du faisceau lumineux à travers le prisme passe par un minimum, dit *minimum de déviation* du prisme. Montrons théoriquement l'existence de ce minimum.

$$\cos r'_m \cos i_m = \cos i'_m \cos r_m$$

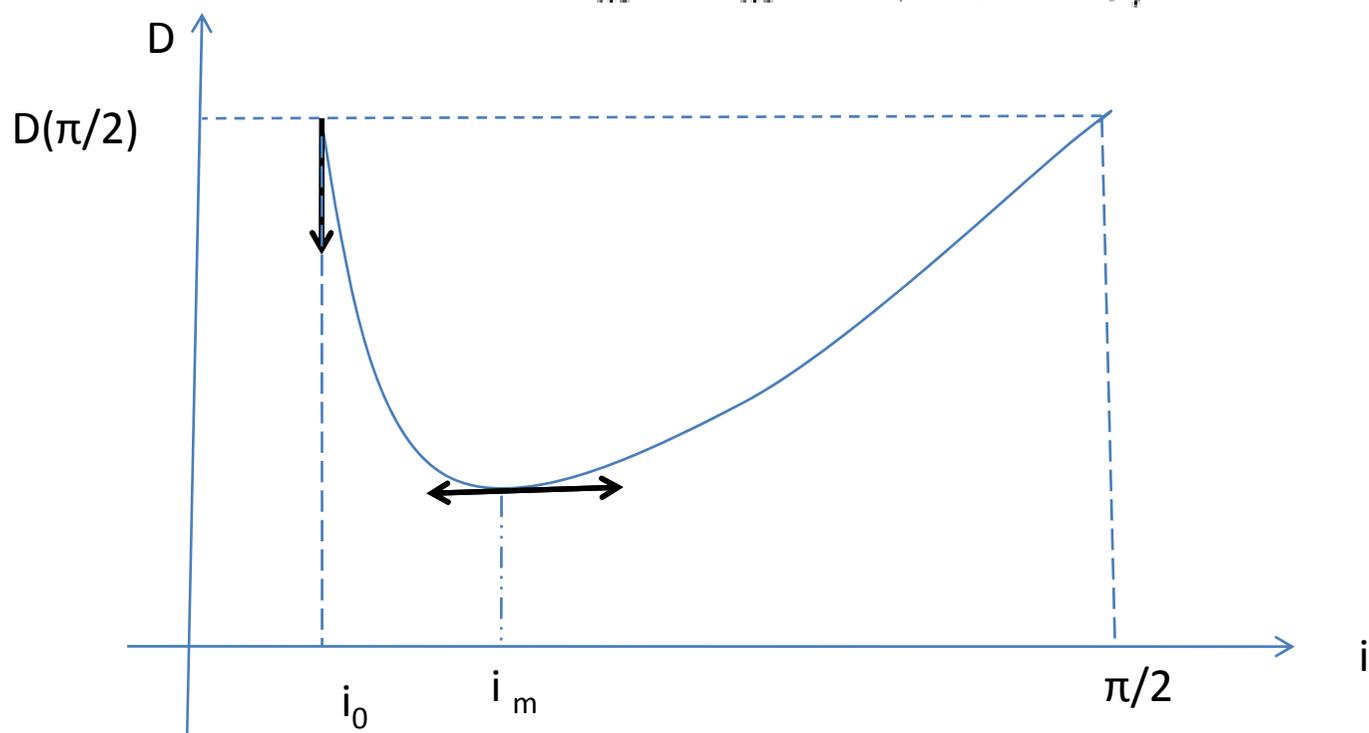
En élevant au carré et en injectant les expressions de i_m et i'_m en fonction de r_m et r'_m :

$$\cos^2 r'_m \times (1 - n^2 \sin^2 r_m) = (1 - n^2 \sin^2 r'_m) \times \cos^2 r_m$$

L'expression étant symétrique par la substitution $r \leftrightarrow r'$, on a donc au minimum de déviation :

$$r_m = r'_m = A/2$$

$$i_m = i'_m = (D_m + A)/2$$



$$D(i_0) = i_0 + \pi/2 - A = D(\pi/2)$$

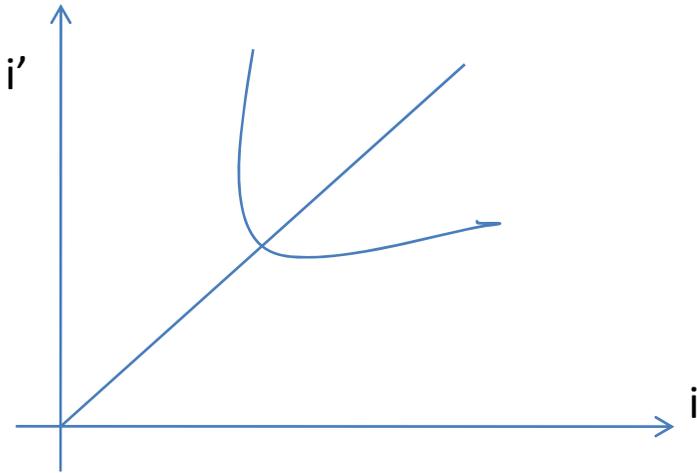
$$(dD/di)_{i_0} = -\infty$$

$$(dD/di)_{\pi/2} = 1$$

Quand i varie de i_0 à $\pi/2$, i' varie de $\pi/2$ à i_0

Au début $i < i'$ donc $\sin(i) < \sin(i')$ donc

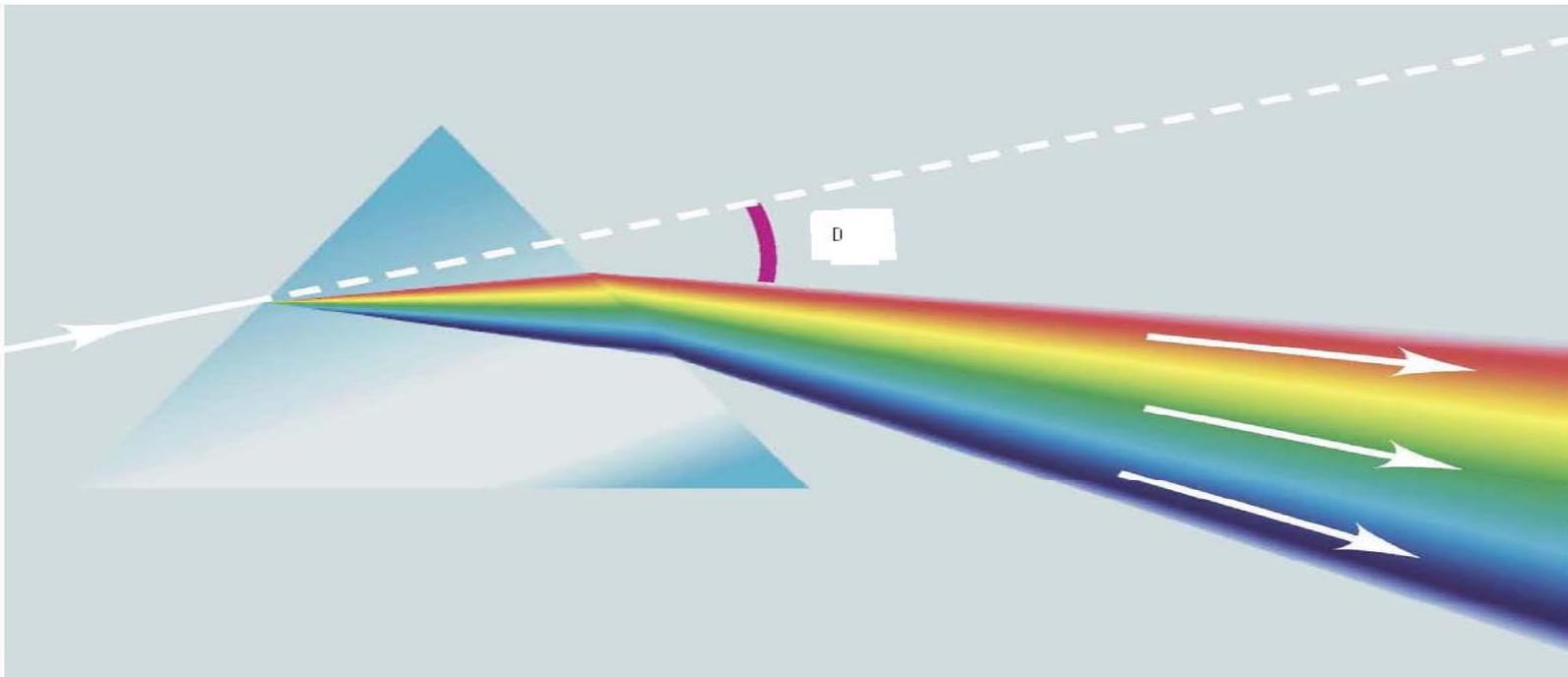
$(dD/di) < 0$ après c'est l'inverse qui se produit



*Variation de D avec n-spectroscopie:

$$\frac{\partial D}{\partial n} = \frac{\sin(A)}{\cos(i')\cos(r')}$$

L'angle i' et r' sont toujours compris entre -90° et 90° . La dérivée partielle de D par rapport à n est donc positive et la déviation est une fonction croissante de l'indice du prisme. Dans la plupart des matériaux, l'indice diminue quand la longueur d'onde augmente (dispersion dite normale). Le prisme va donc dévier la lumière bleue plus fortement que la lumière rouge.



- Si la relation entre la longueur d'onde et l'indice obéit à la loi de Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$$

- $dD/d\lambda = (dD/dn) (dn/d\lambda)$

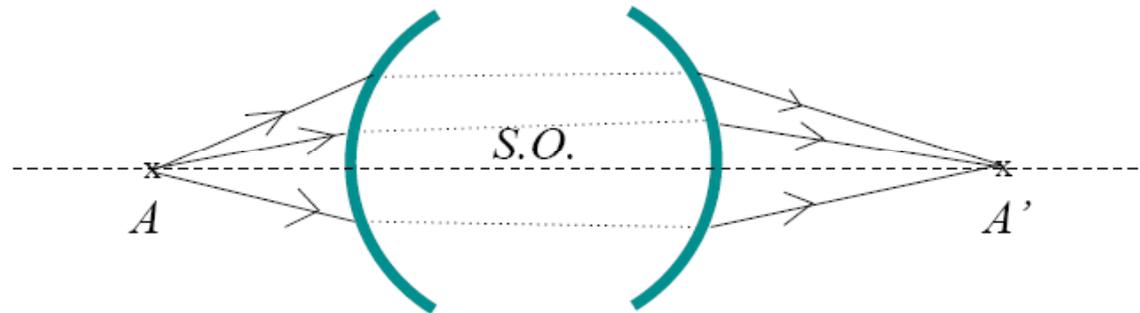
$$= (-2B/\lambda_0^3) \frac{\sin(A)}{\cos(i')\cos(r)} < 0$$

Formation des images en optique

I/Défs:

1/Système optique:

Un système optique est une succession de milieux transparents et homogènes séparés par des dioptries ou des miroirs. Un dioptré est une surface qui sépare deux milieux d'indices différents. Un miroir est une surface réfléchissante.



Système dioptrique:

Système catadioptrique:

Système catadioptrique:

Convention d'orientation: nous choisissons comme sens positif le sens de propagation de la lumière

REQ:

En pratique, les surfaces séparant ces milieux sont de forme géométrique simple.

Système optique centré: les surfaces de séparation entre les différents milieux sont des surfaces de révolution autour d'un même axe: Axe du système optique ou axe optique. Cette symétrie impose que les surfaces soient perpendiculaires à l'axe optique.

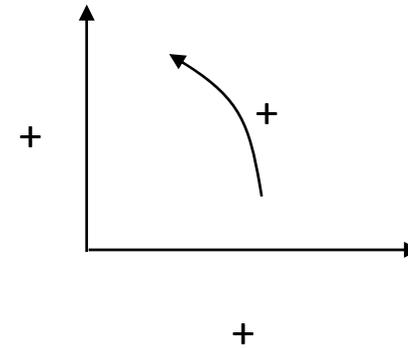
Rayon incident: est un rayon se dirigeant vers le système dans le sens de propagation de la lumière

Rayon émergent: est un rayon s' éloignant du système dans le sens de propagation de la lumière

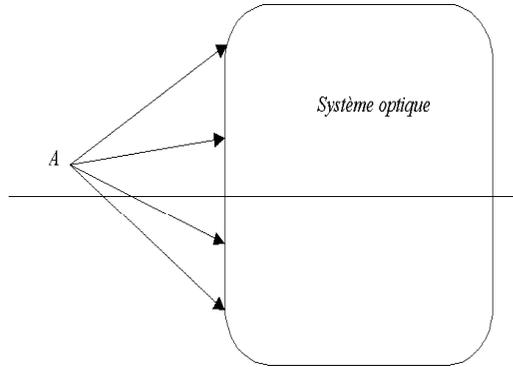
2/point objet ,point image:

Point source A: 1 point d'où partent des rayons lumineux: un faisceau conique divergent.

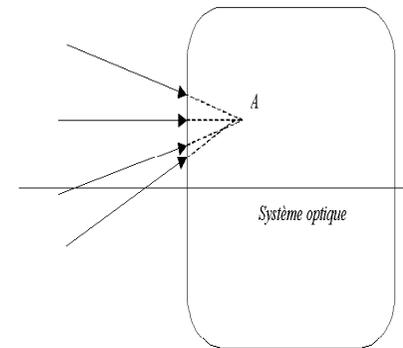
Image A' du point A est le point de croisement des rayons émergeant du système optique. Le faisceau émergent est un faisceau conique de sommet A'.



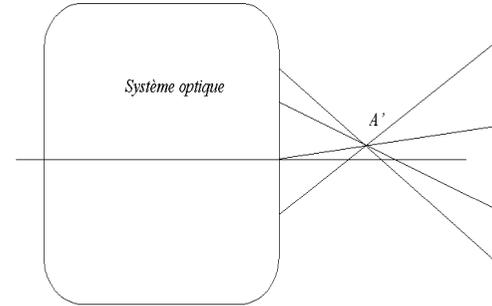
- **Objet réel** : un point objet A est réel si les rayons divergent de A vers le système optique



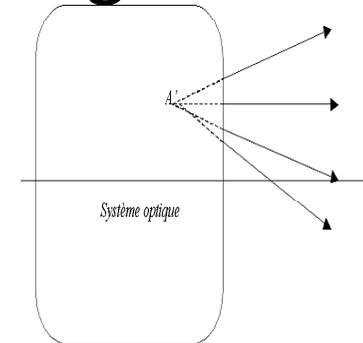
- **Objet virtuel** : un point objet A est virtuel si les rayons qui se dirigent vers le système optique semblent converger vers A



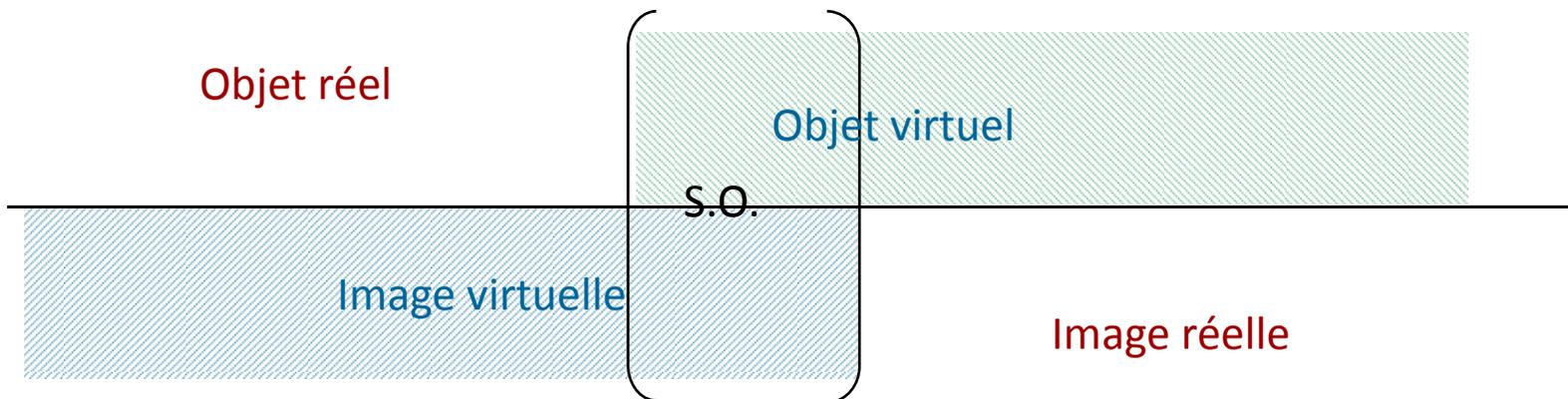
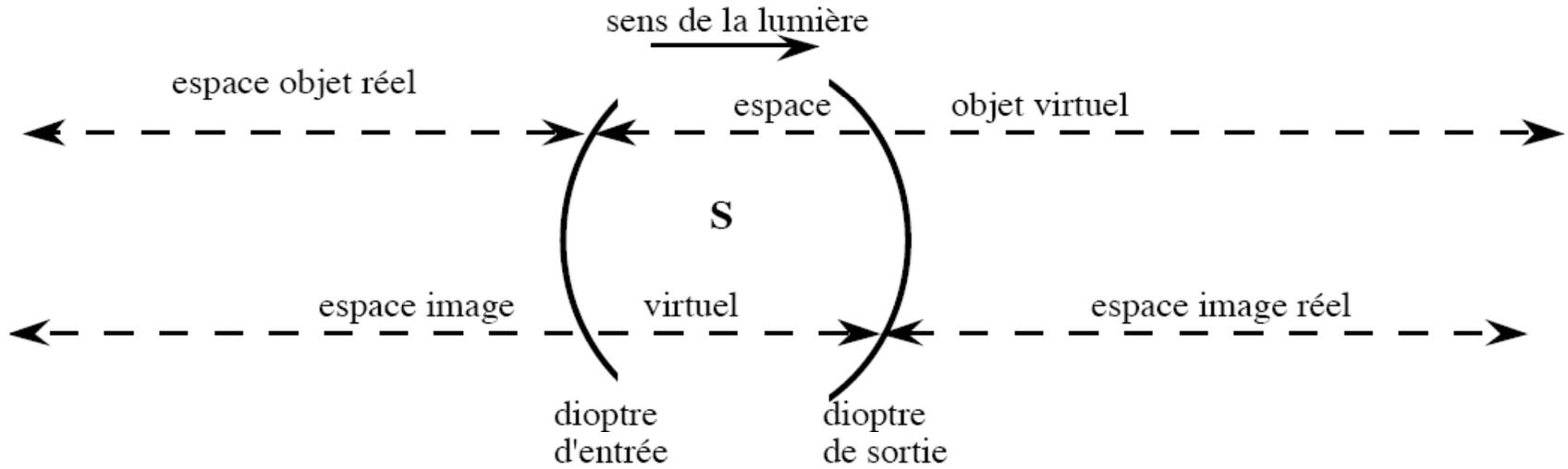
- Image réelle : si tous les rayons sortant du système optique convergent vers un point image A' , celui-ci est réel



- Image virtuelle : si tous les rayons sortant du système optique semblent diverger d'un point image A' , celui-ci est virtuel



3/espace objet, espace image:



II/stigmatisme et aplanétisme:

- 1/stigmatisme rigoureux:

Un système optique est dit rigoureusement stigmatique pour un couple de points A et A' si tout rayon passant par A passe par A' après avoir traversé le système optique.

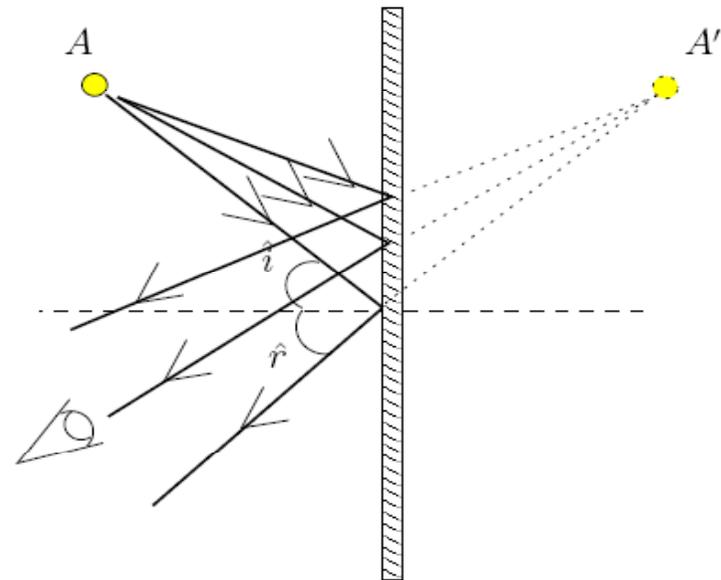
Exemple d'instrument rigoureusement stigmatique : le miroir plan

Un miroir plan est une surface plane réfléchissante. Il s'agit d'un instrument optique qui vérifie le stigmatisme rigoureux *pour tout point objet*.

Soient A un point lumineux et O un observateur situés du même côté du miroir. Alors A' est l'image de A , observable pour tout observateur O si tous les rayons réfléchis par le miroir issue de A semblent provenir du point A' .

Remarque 1 : L'image A' est le point symétrique du point A par rapport au plan du miroir. Il s'agit d'une image virtuelle.

Remarque 2 : C'est le seul instrument rigoureusement stigmatique en tout point.

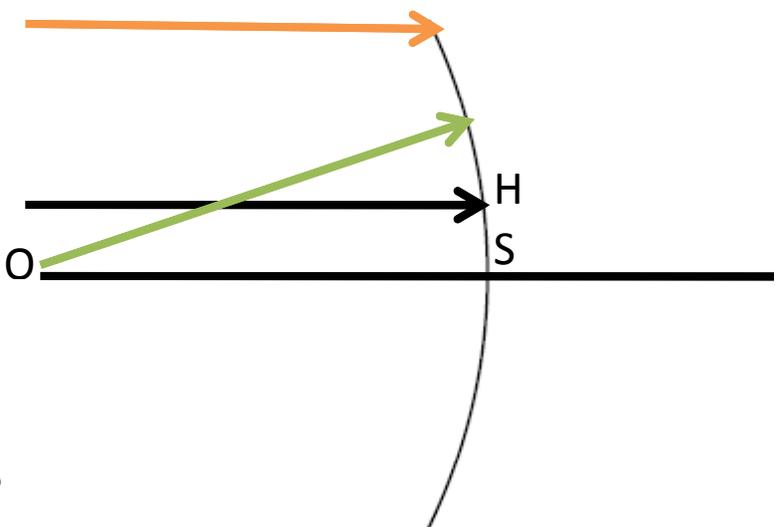


- 2/aplanétisme: il y a aplanétisme si des objets dans un plan perpendiculaire à l'axe optique ont des images dans un plan perpendiculaire à l'axe optique . C'est la conservation du stigmatisme dans un plan de front

III/Conditions de Gauss: un système est dit dans

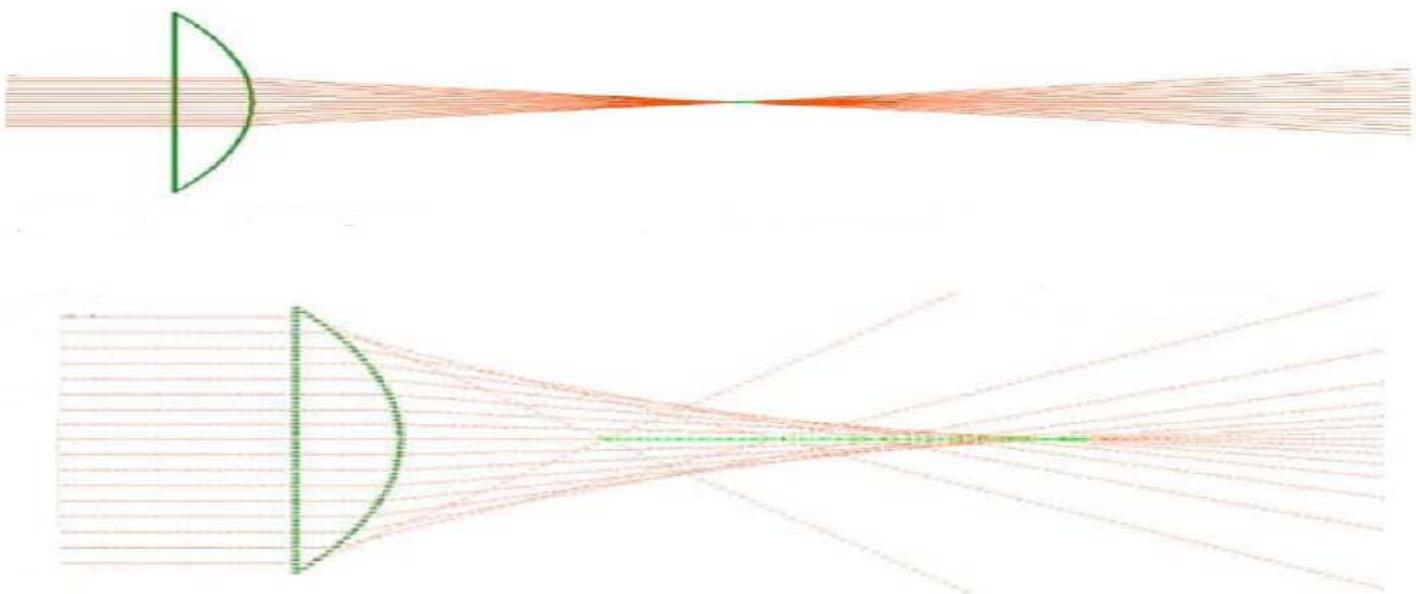
- L'approximation de Gauss s'il n'est traversé que par des rayons lumineux . **L'approximation de Gauss est l'approximation linéaire de l'optique géométrique.**
 - peu inclinés sur l'axe optique,
 - peu écartés de l'axe optique,
- le système optique est approximativement
- stigmatique (l'image d'un objet ponctuel est ponctuelle),
 - aplanétique (l'image d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique est A'B', elle aussi perpendiculaire à l'axe optique).

Illustrons ceci
par un exemple:



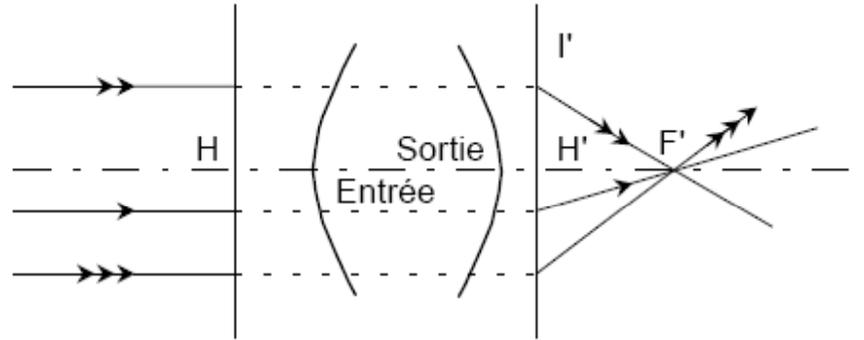
Peu écarté $SH \ll R$

Peu incliné $\tan \alpha \approx \alpha \approx SH/OS$

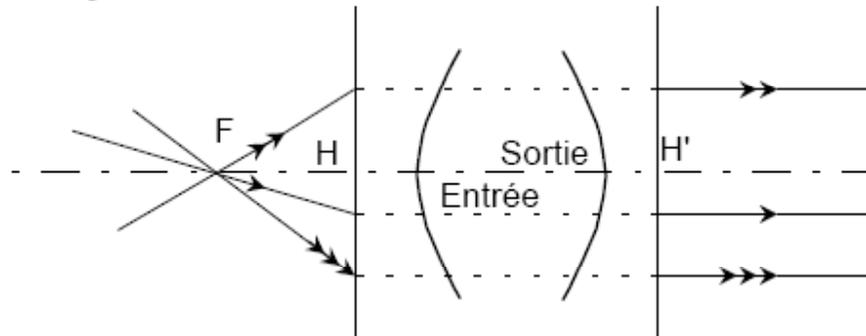


IV/foyer objet, foyer image:

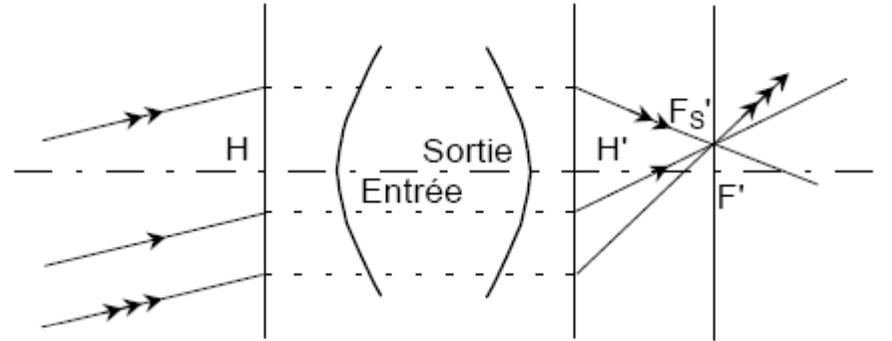
Le foyer image F' est l'image d'un point à l'infini sur l'axe. Sa position est repérée par rapport au point principal image H' .



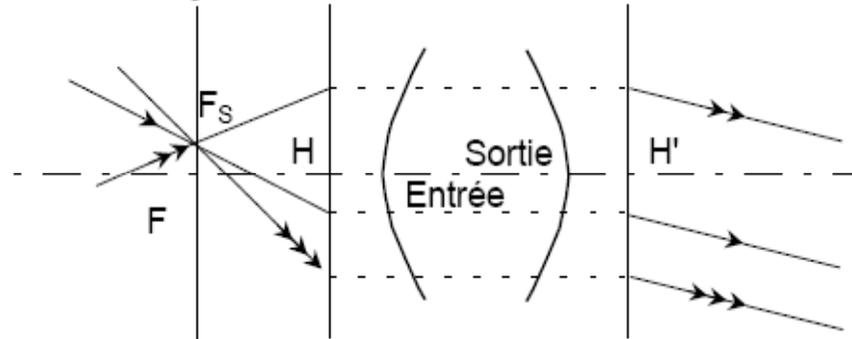
Le foyer objet a pour image le point à l'infini sur l'axe. Sa position est repérée par rapport au point principal objet H .



Les foyers secondaires sont très utiles pour le tracer des images. Un faisceau de rayons parallèles incidents se coupent dans le plan focal image au foyer secondaire F'_s .



De même, un faisceau de rayons parallèles émergents provient d'un point dans le plan focal objet, le foyer secondaire objet.



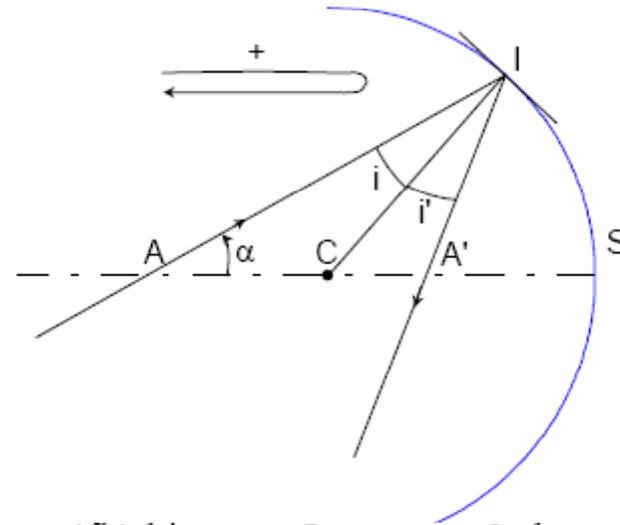
Attention : les foyers objet et image ne sont pas conjugués

- Plan focal image:
- Plan focal objet:
- Grandissement transversal:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Miroirs sphériques

I/Introduction:
1/présentation:

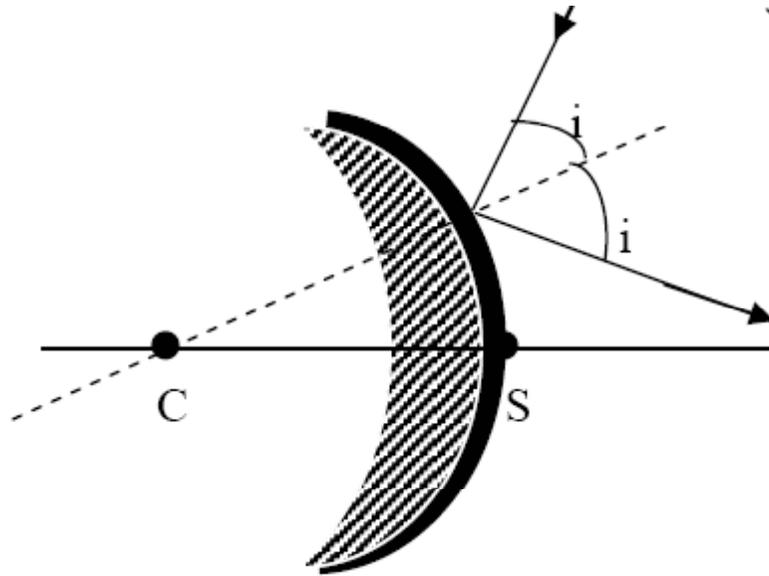
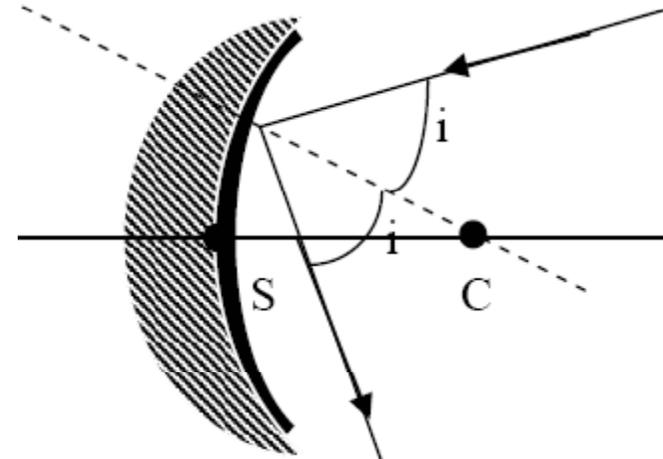


On appelle miroir sphérique une calotte sphérique réfléchissante. Le centre C de ce miroir est le centre de la sphère dans laquelle a été découpé la calotte. Le sommet S du miroir est le sommet de la calotte. CS est l'axe optique du miroir, il est perpendiculaire au plan de la calotte.

Tout axe passant par C est dit axe secondaire.

Si la surface réfléchissante est du côté du centre le miroir est dit concave sinon il est dit convexe.

:

Miroir convexeMiroir concave

2/points particuliers:

Tout rayon passant par le centre C est normal à la surface du miroir. Il fait donc retour sur lui même. Le miroir est donc stigmatique pour le centre C qui est sa propre image.

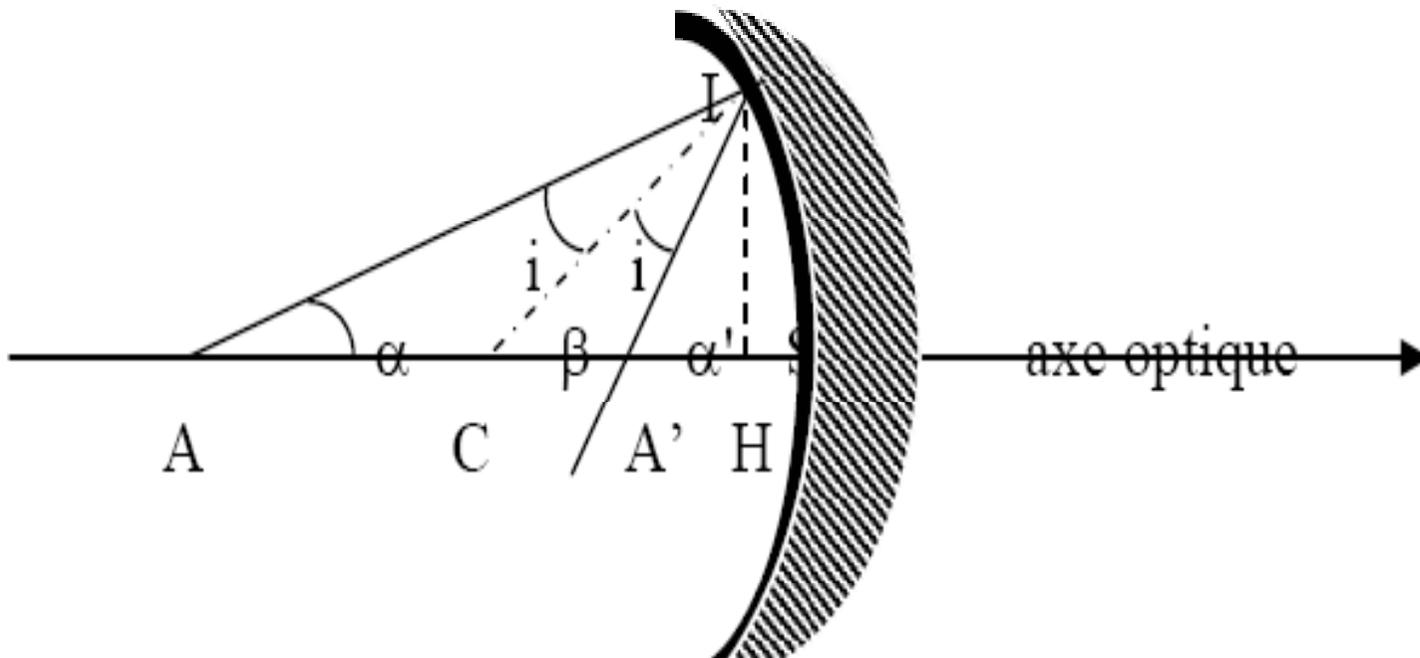
Tout point de la surface du miroir est confondu avec sa propre image, le miroir est aussi stigmatique pour tous les points de sa surface.

Tout rayon passant par S est réfléchi de façon symétrique

II/Miroirs sphériques dans l'approximation de gauss:

gauss:

1/relation de conjugaison origine au sommet:



Dans le triangle (AIC) : $\alpha + i + (\pi - \beta) = \pi \Rightarrow i = \beta - \alpha$

Dans le triangle (ICA') : $\beta + i + (\pi - \alpha') = \pi \Rightarrow i = \alpha' - \beta$

Donc $\beta - \alpha = \alpha' - \beta \Rightarrow \alpha + \alpha' = 2\beta$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}} \approx \alpha \quad ; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\overline{HI}}{\overline{CH}} \approx \beta \quad \text{et} \quad \operatorname{tg} \alpha' = \frac{\overline{HI}}{\overline{A'H}} \approx \alpha' \quad \text{Puisque on travail dans les}$$

conditions de Gauss, les rayons sont paraxiaux \Rightarrow les angles sont très faibles.

$$\alpha + \alpha' = 2\beta \Rightarrow \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}} + \frac{\overline{HI}}{\overline{A'H}} = 2 \frac{\overline{HI}}{\overline{CH}}$$

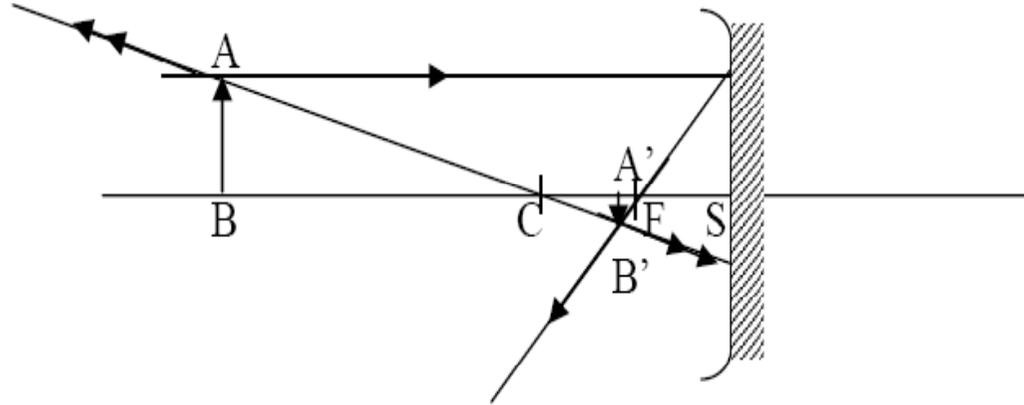
$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{HA}} + \frac{1}{\overline{HA'}} = \frac{2}{\overline{HC}} \quad \text{Relation de conjugaison avec origine au sommet}$$

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

Il y a stigmatisme approché pour n'importe quel point sur l'axe car la position de A' ne dépend pas du choix du rayon.

Le grandissement transversal est

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$



Remarque :

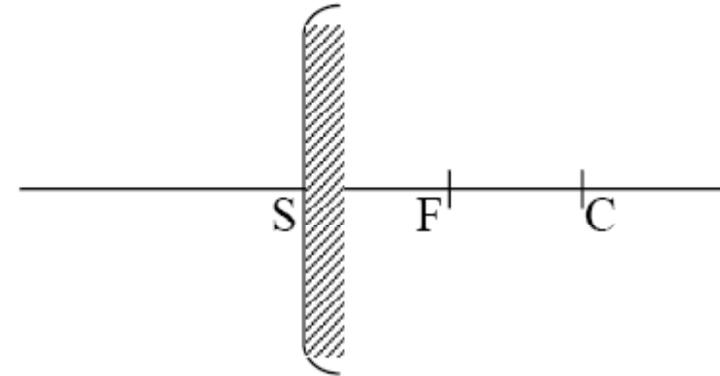
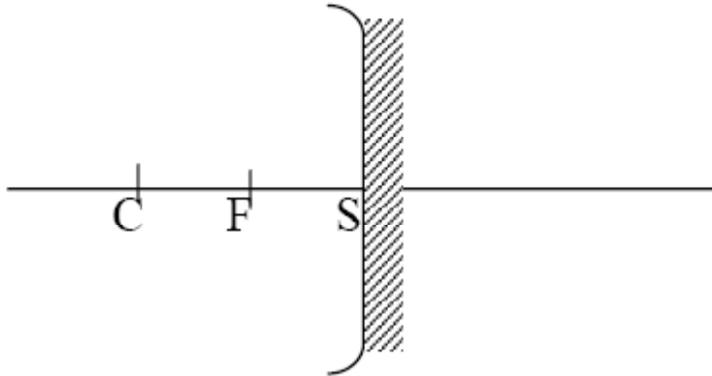
- Si $\gamma > 0 \Rightarrow$ Image droite \Rightarrow Image et objet de nature différentes.
- Si $\gamma < 0 \Rightarrow$ Image renversée \Rightarrow L'objet et image de même nature.

2/foyers:

F et F' sont tous deux confondus

$$\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = R/2$$

Remarque : Pour dire que nous travaillons dans les conditions de Gauss nous schématisons le miroir sphérique par :

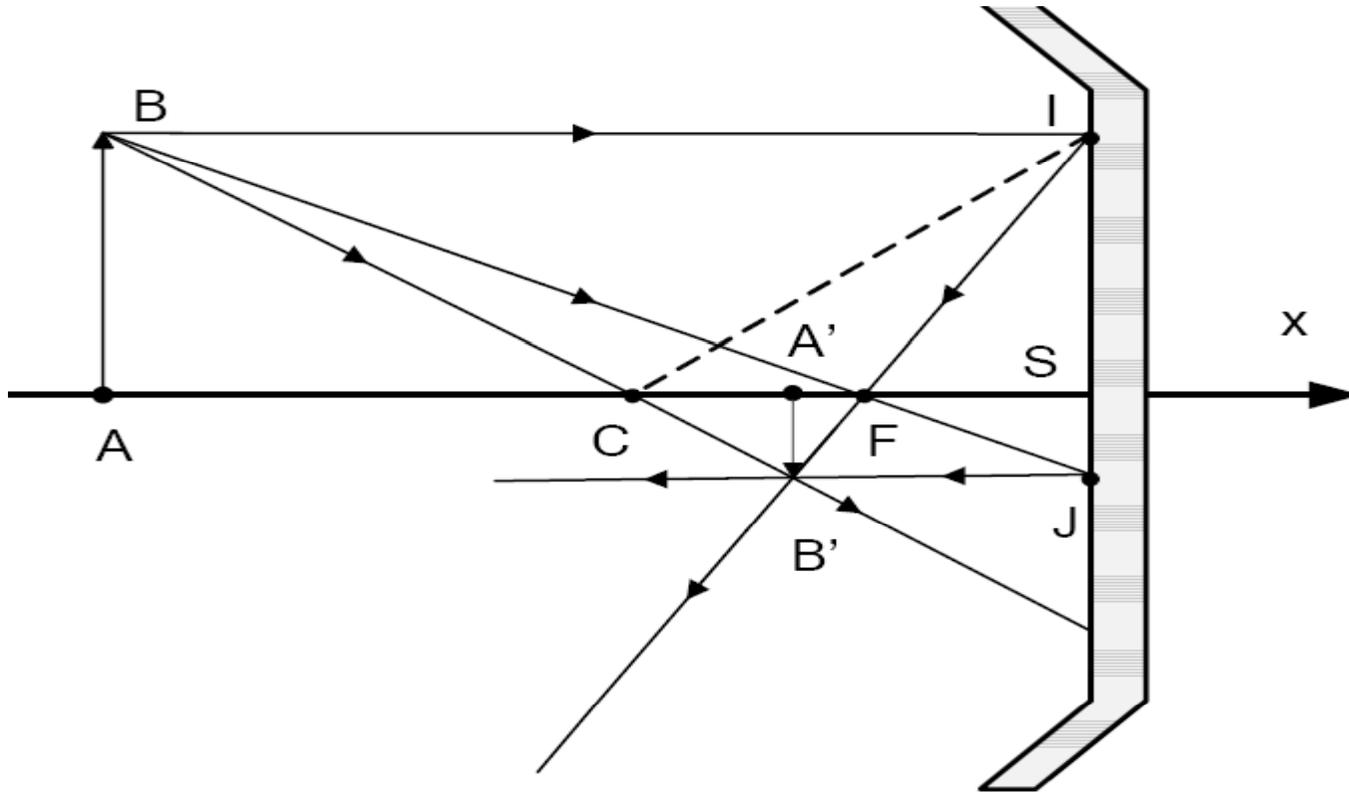


La vergence $V = 1/\overline{SF}$

3/relation de conjugaison origine aux foyers:

En intercalant F, on trouve $\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{SF}^2 = \overline{FS}^2$,

Ou



En utilisant les triangles ABF et SJF on établit la relation :

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{SJ}} = \frac{\overline{FA}}{\overline{FS}} \quad (1)$$

De même à partir des triangles A'B'F et SIF on établit la relation :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'S}} \quad (2)$$

Par ailleurs $\overline{AB} = \overline{SI}$ et $\overline{A'B'} = \overline{SJ}$; donc en multipliant membre à membre Eq. (1) et Eq. (2), on dérive la relation de conjugaison dite formule de Newton :

$$\overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{FS} \cdot \overline{FS} = \overline{SF}^2$$

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}}$$

4/formule de conjugaison origine au centre:
On intercale le point C dans la formule de
newton

$$\frac{1}{CA} + \frac{1}{CA'} = \frac{2}{CS}$$

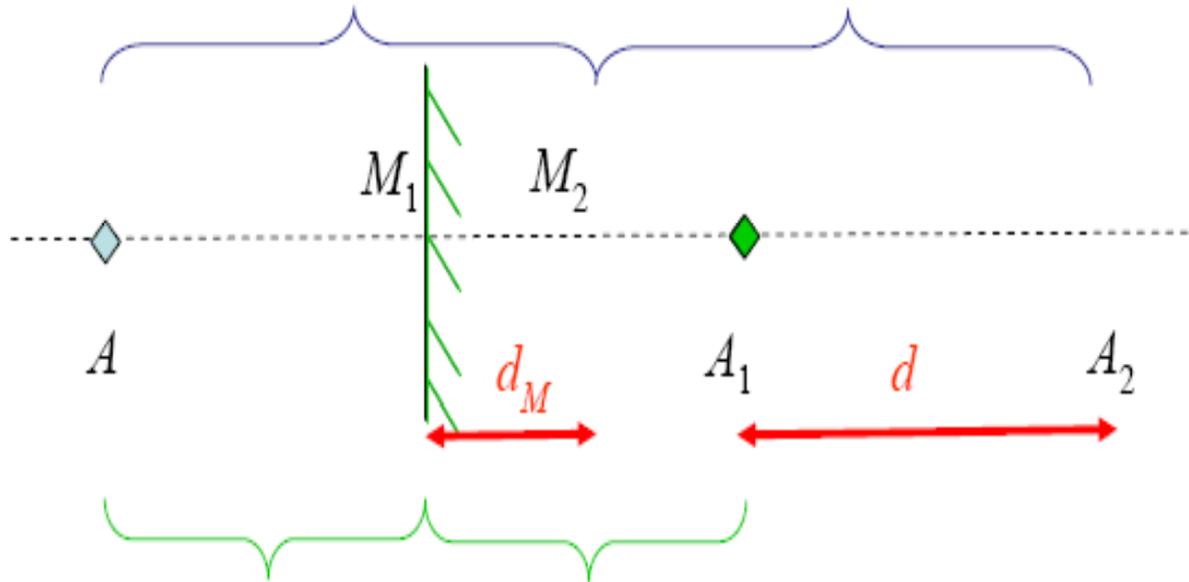
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

5/miroir plan $R \longrightarrow \infty$

$$\gamma = 1$$

Formule de conjugaison : $\overline{SA} = -\overline{SA'}$

a/ Translation



$$\overrightarrow{AA_2} = 2\overrightarrow{AM_2} = 2\overrightarrow{AM_1} + 2\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{AA_1} + 2\overrightarrow{M_1M_2}$$

$$\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{AA_2} - \overrightarrow{AA_1} = 2\overrightarrow{M_1M_2}$$

$$d = 2d_M$$

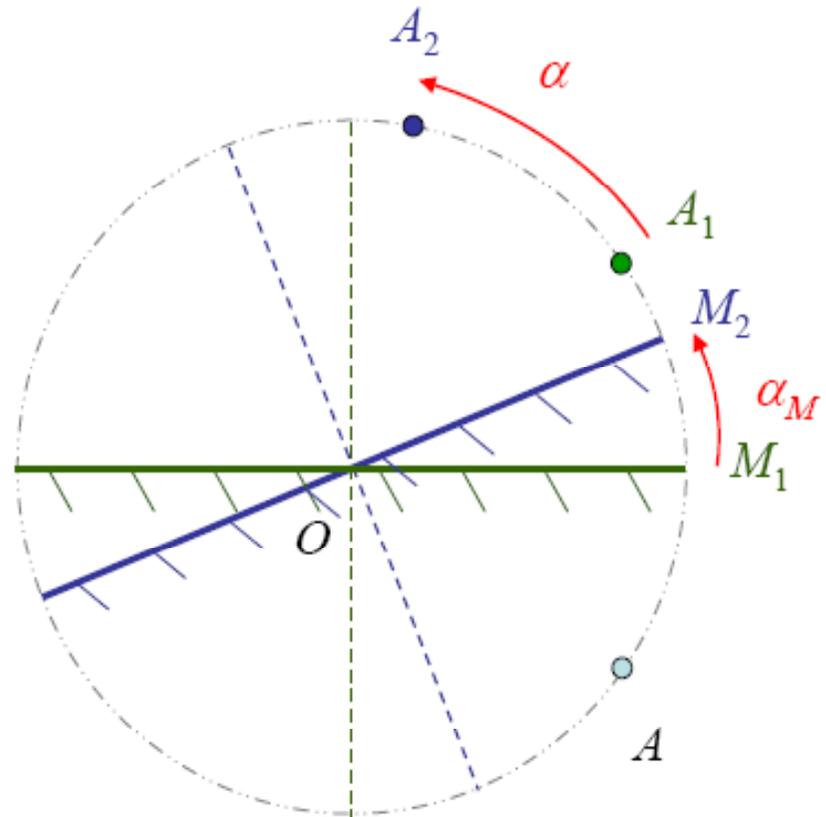
L'image se déplace dans le même sens que le miroir et d'une longueur double.

b/ Rotation

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OA_2}) &= 2(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM_2}) \\ &= 2(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM_1}) + 2(\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2}) \\ &= (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OA_1}) + 2(\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2})\end{aligned}$$

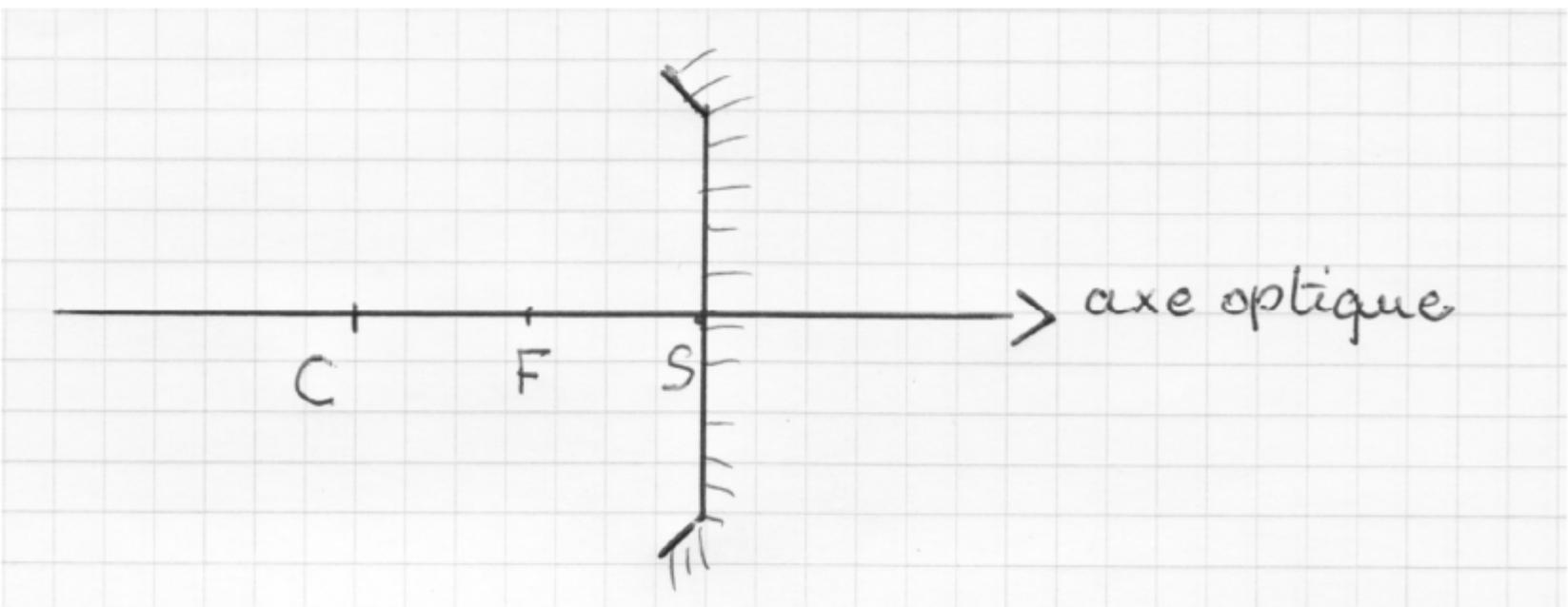
$$\begin{aligned}(\overrightarrow{OA_1}, \overrightarrow{OA_2}) &= (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OA_2}) - (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OA_1}) \\ &= 2(\overrightarrow{OM_1}, \overrightarrow{OM_2})\end{aligned}$$

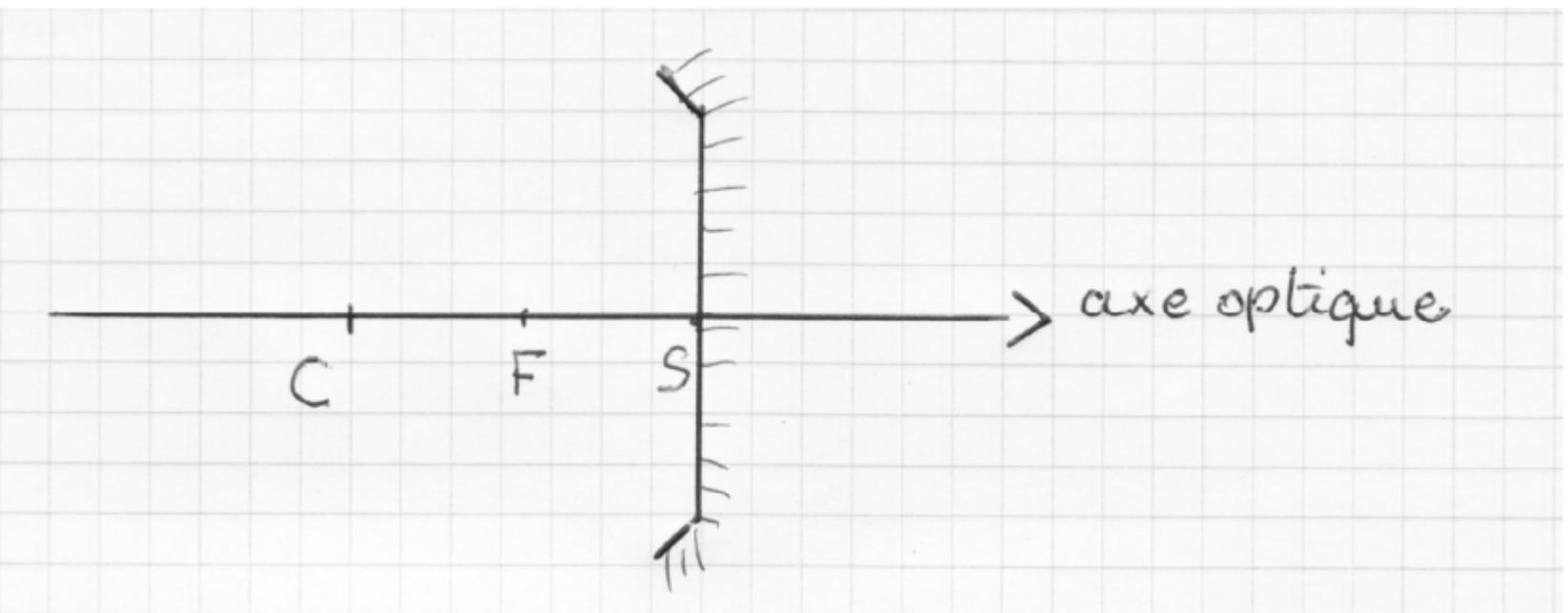
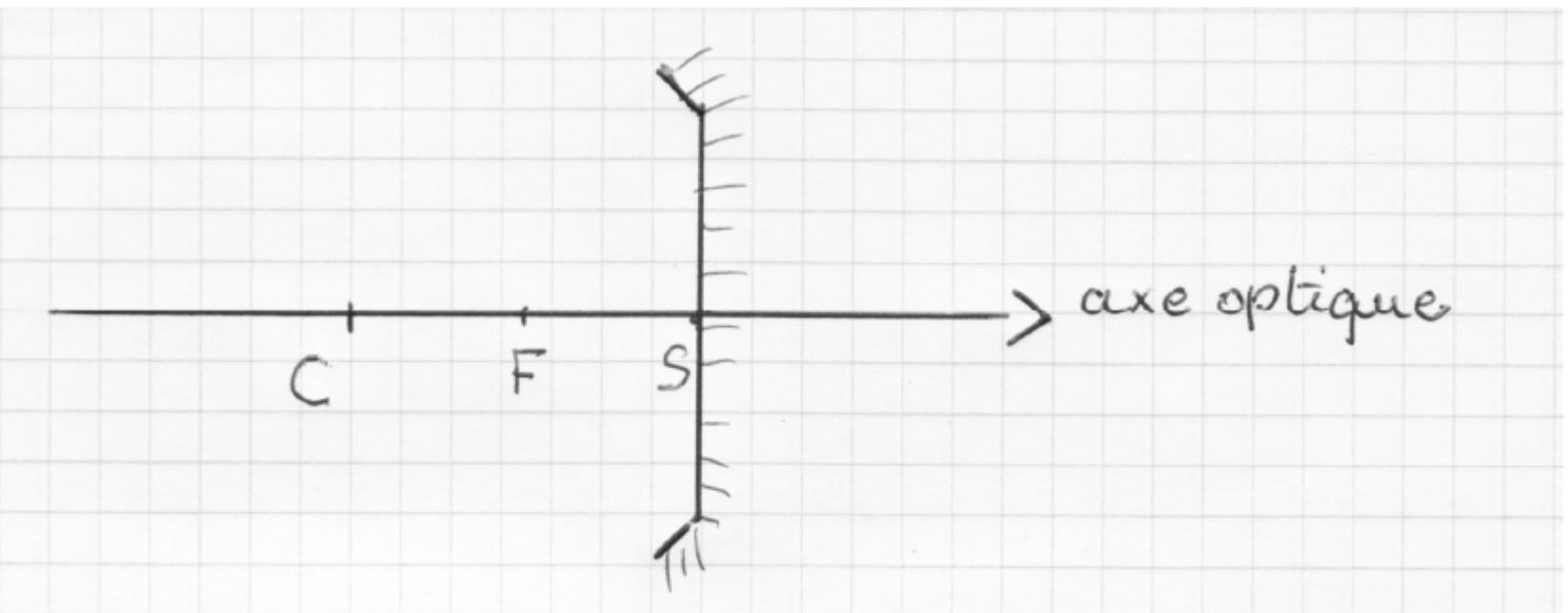
$$\alpha = 2 \alpha_M$$

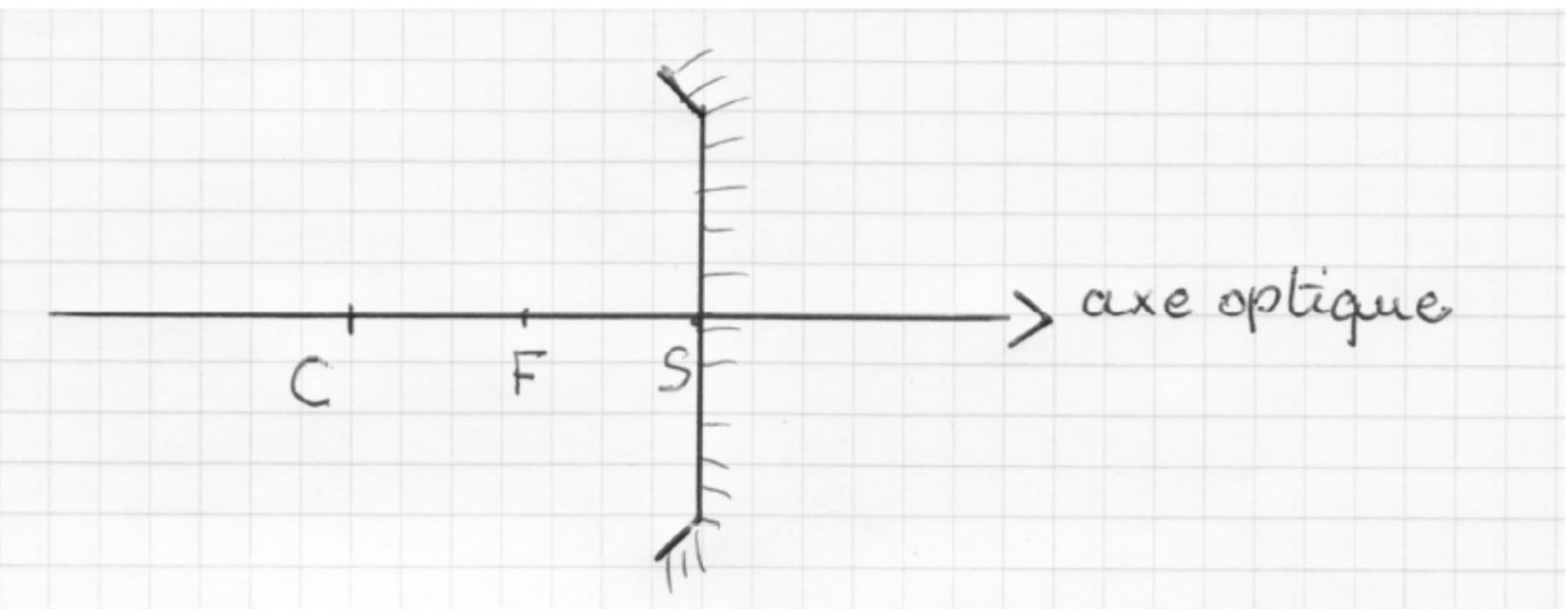
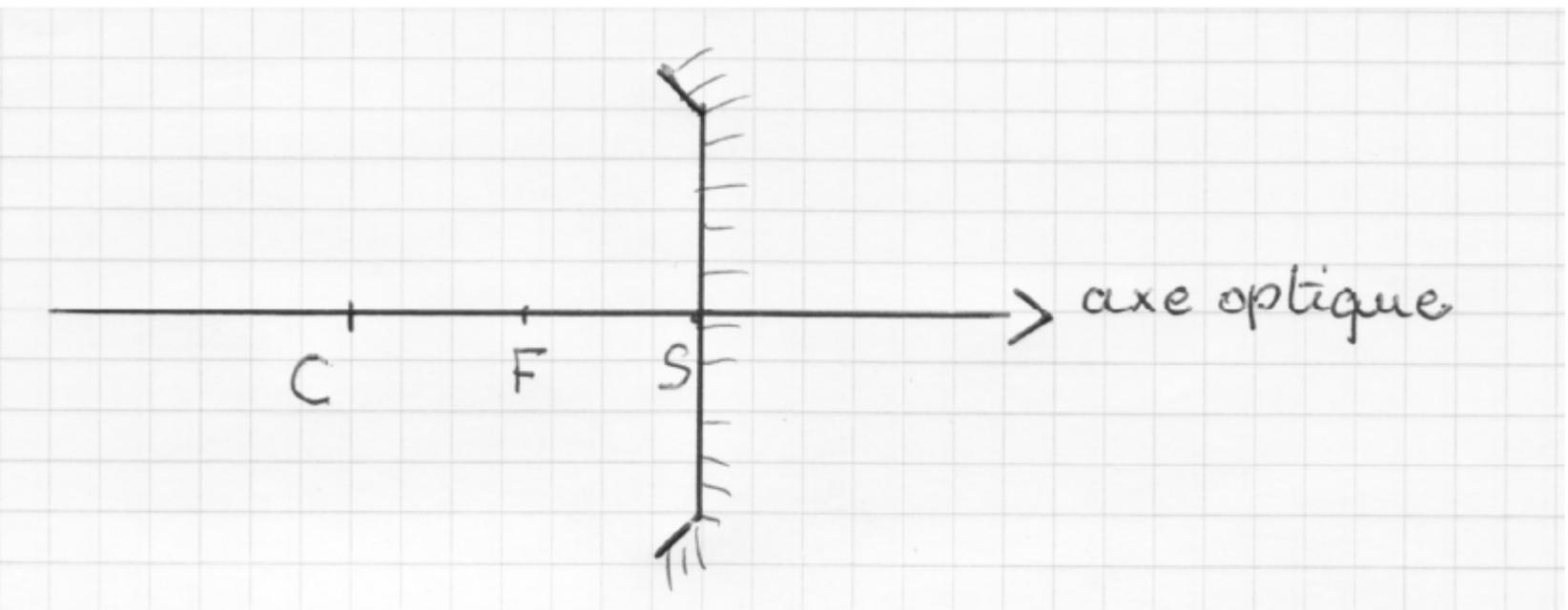


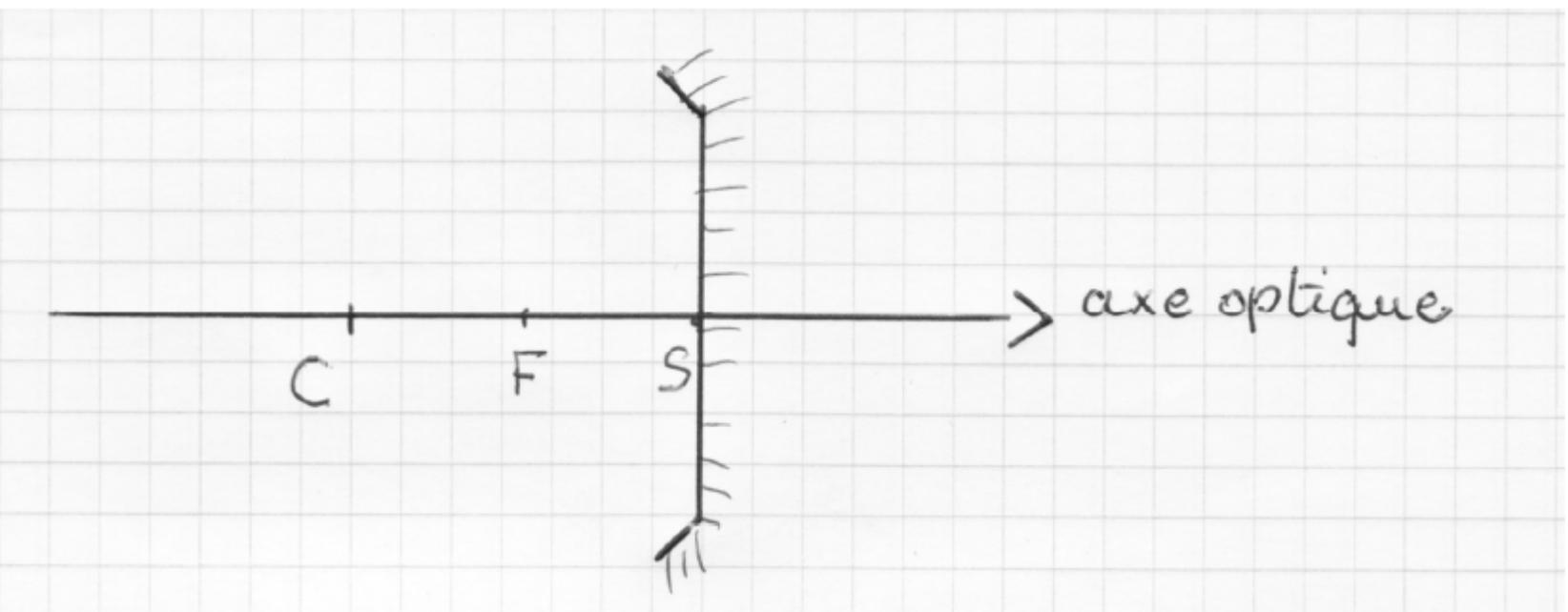
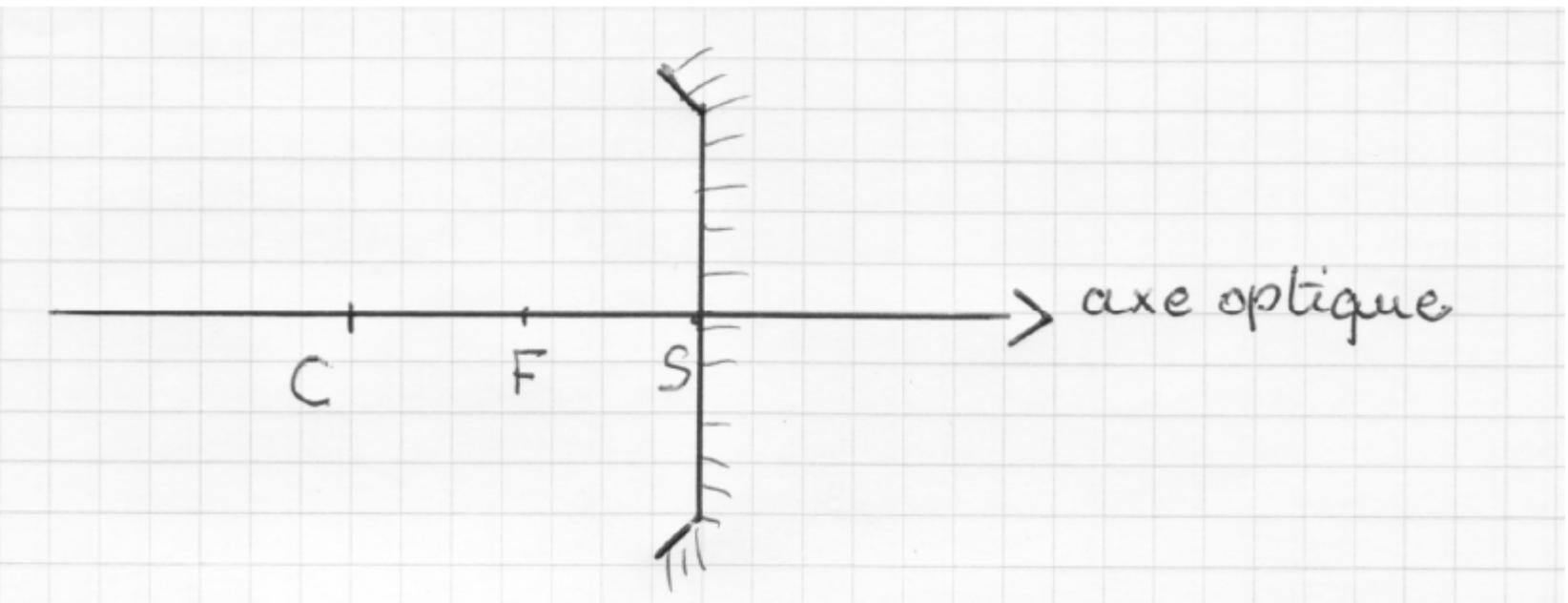
L'image se déplace dans le même sens que le miroir et d'un angle double.

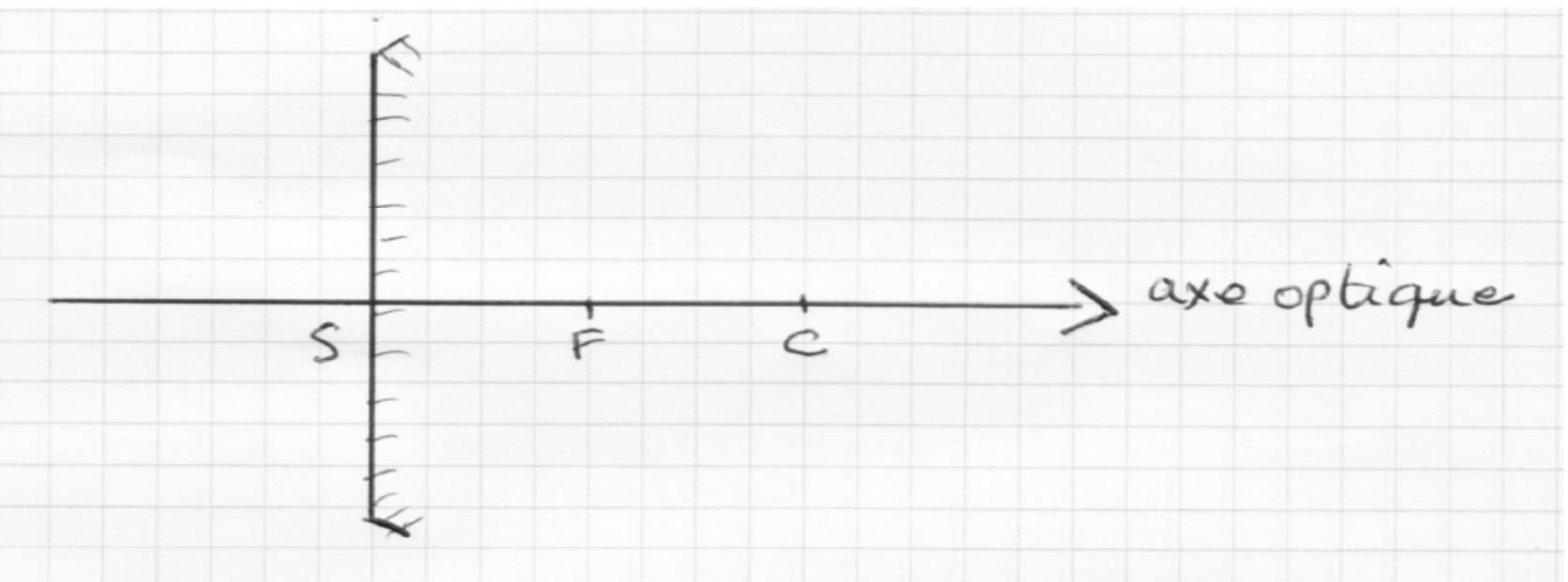
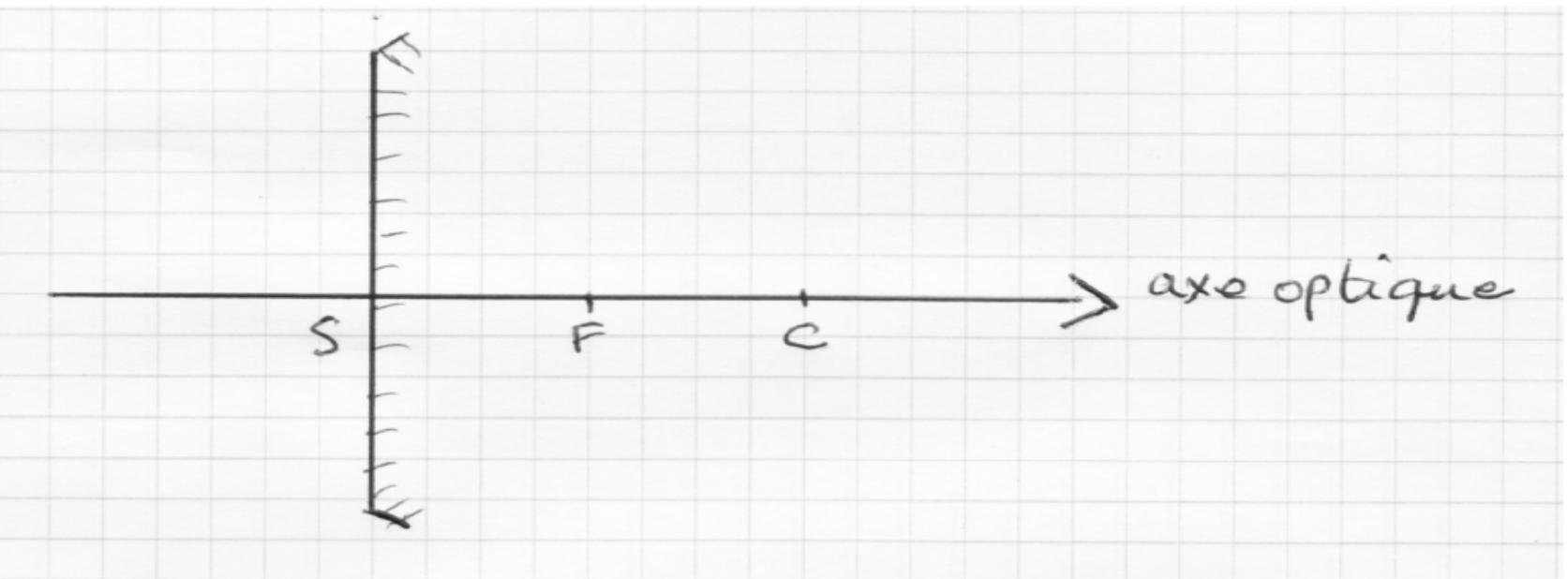
6/constructions géométriques:

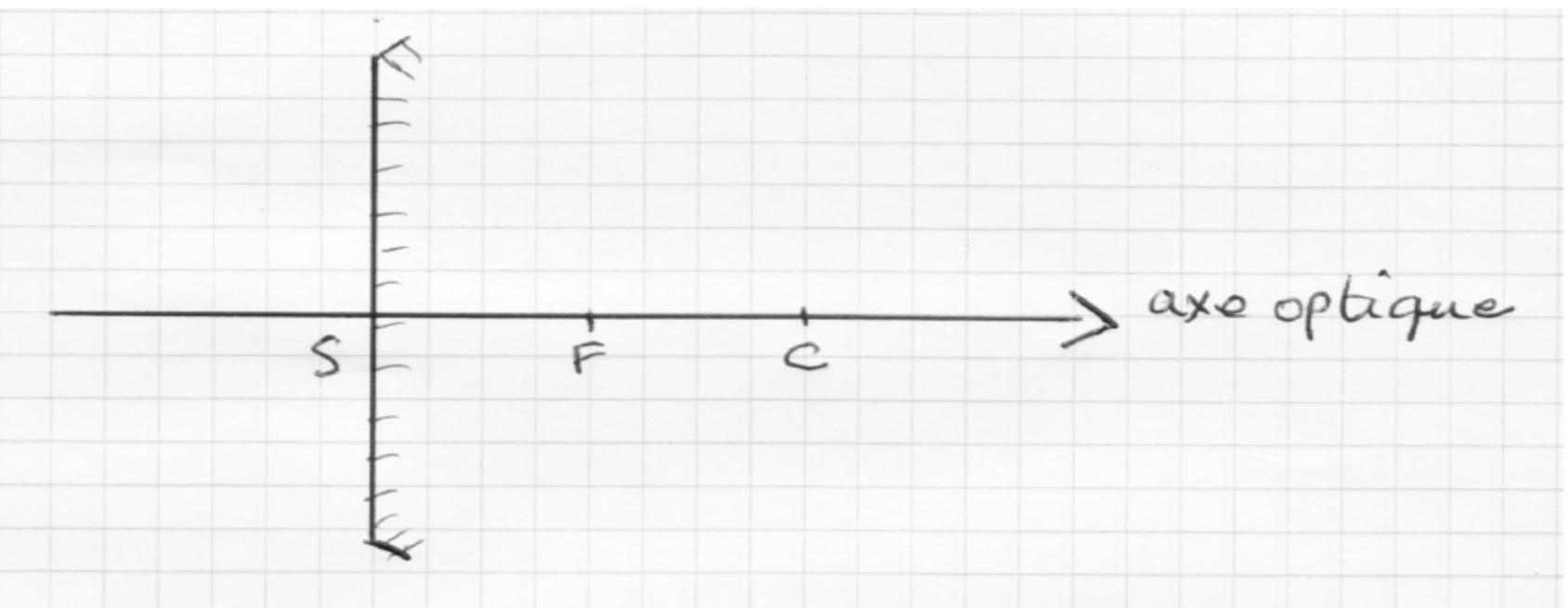
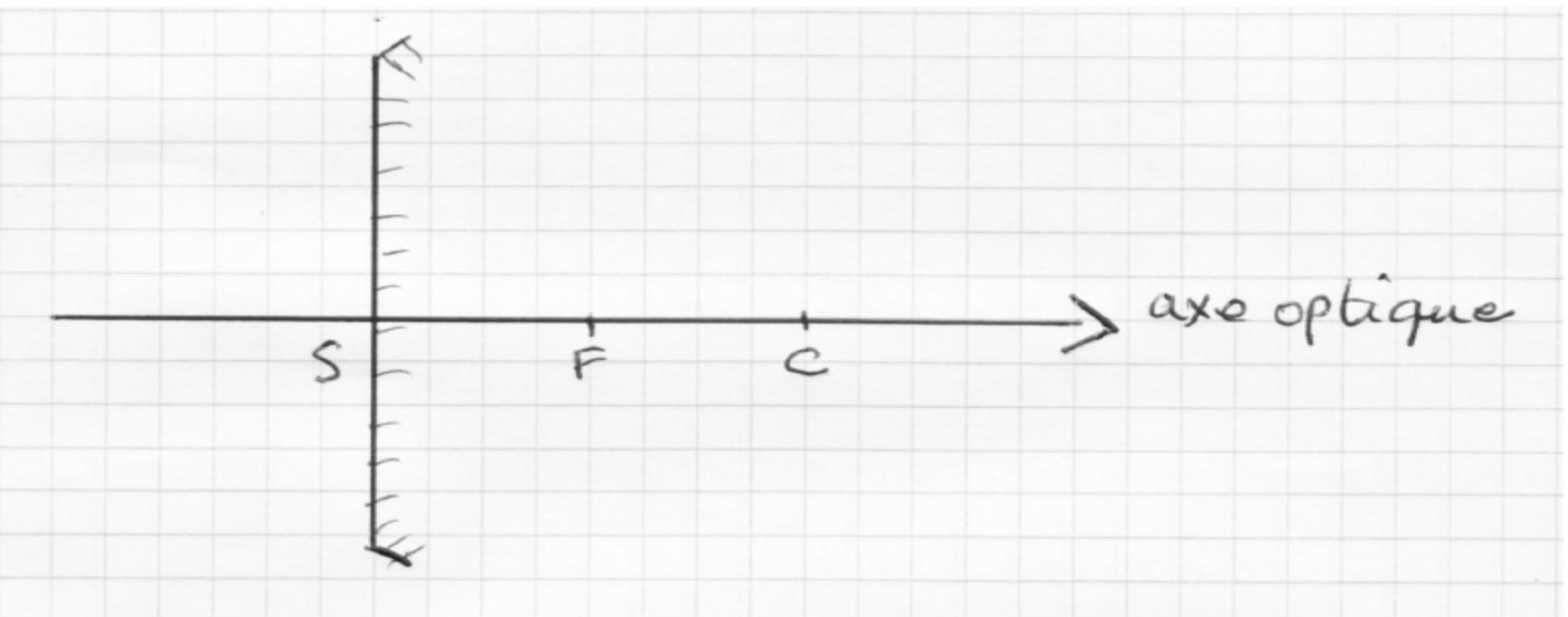


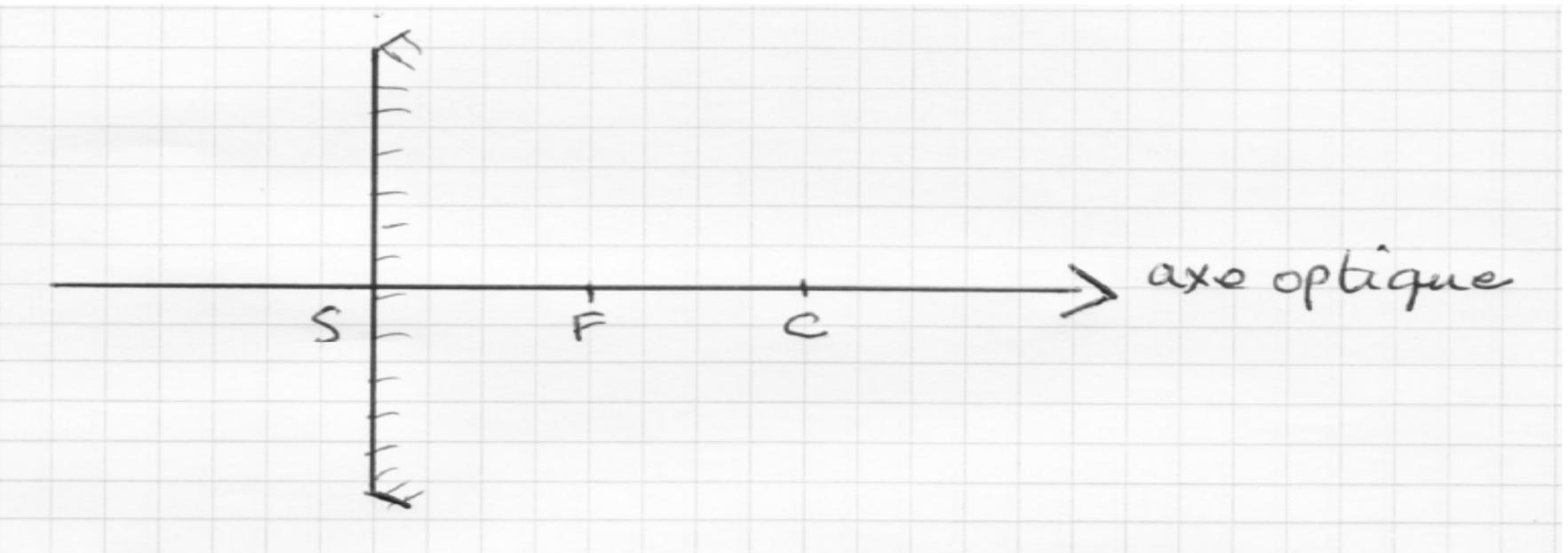
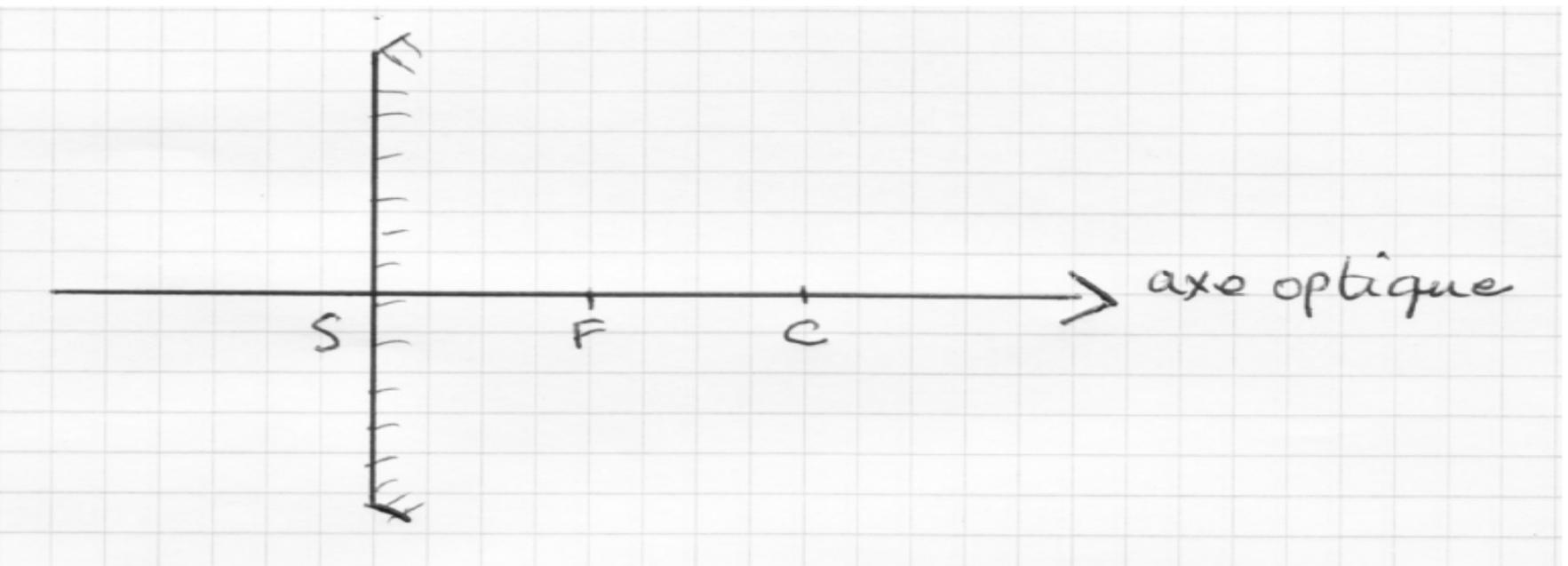










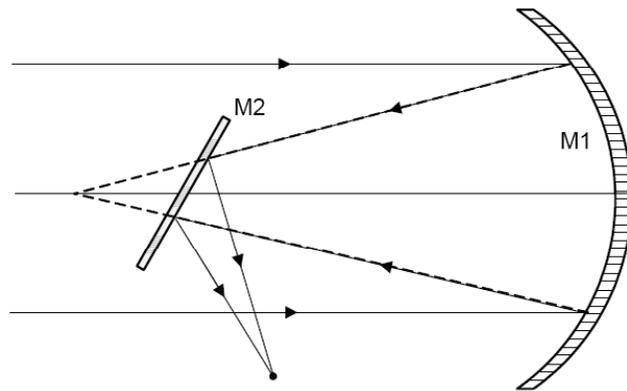


6/applications-télescopes :

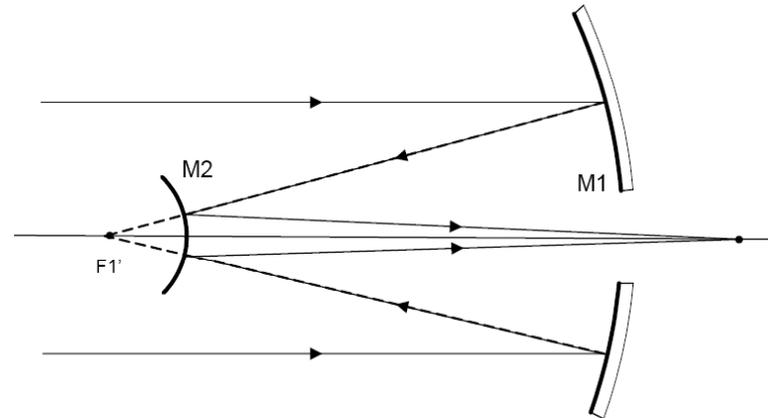
Au lieu d'utiliser des lentilles, le télescope utilise deux miroirs ce qui l'affranchit du problème des *aberrations chromatiques*. L'usage de deux miroirs conduit à trouver des solutions pour « sortir » l'image pour l'observer. Il existe pour cela plusieurs solutions

La qualité première d'un télescope réside dans sa capacité à collecter le plus de lumière possible pour rendre possible l'observations d'astres lointains. C'est pourquoi on cherche à maximiser la surface collectrice du télescope (ie. à maximiser son diamètre).

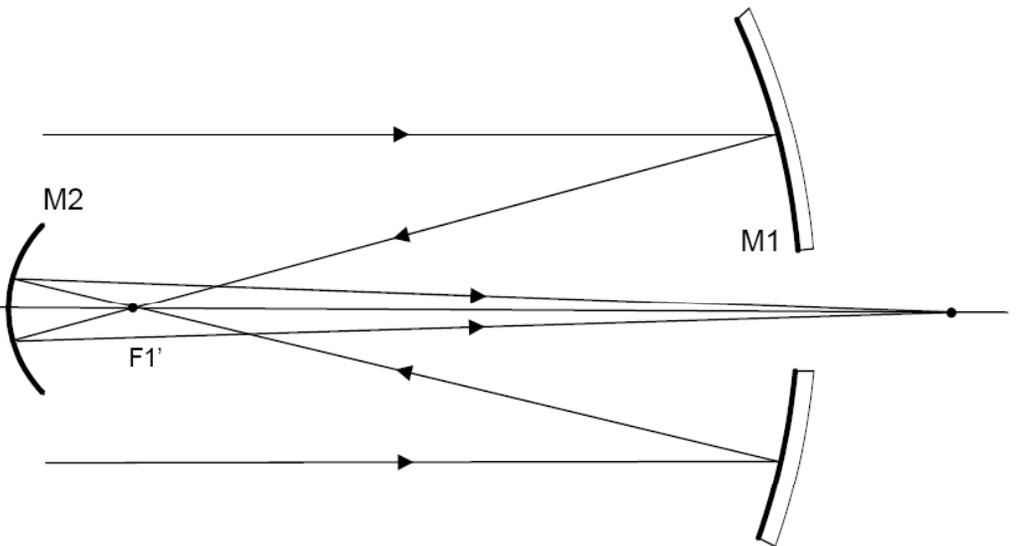
Les objets observés sont en général lointains (donc placés à l'infini) : lorsque la surface du télescope est parfaitement régulière (surface sphérique, parabolique ...etc), l'observation des objets lointains s'effectue alors dans les conditions de stigmatisme. La seconde qualité d'un télescope réside donc dans la régularité de sa surface.



Télescope de Newton (M2 est plan)



Télescope Cassegrain (M2 hyperbolique)



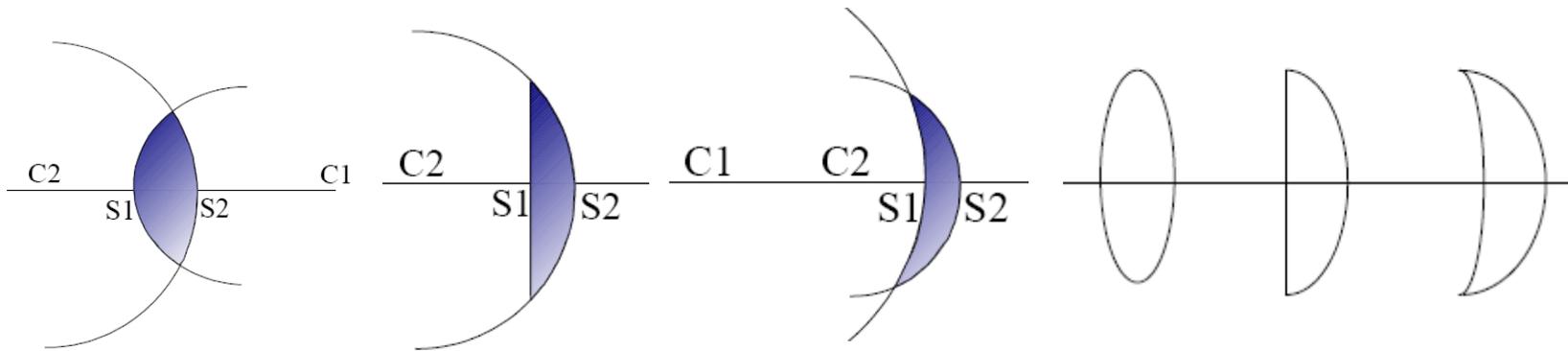
Télescope de Gregory (M2 elliptique)

Lentilles minces sphériques

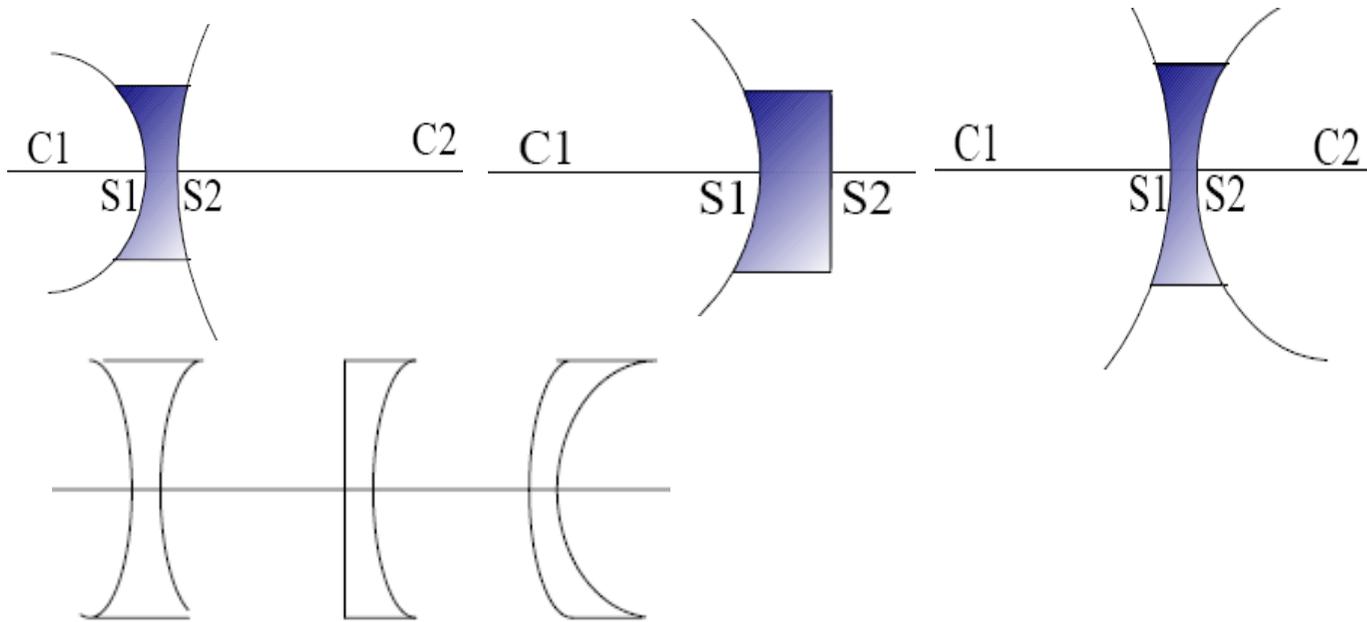
1/Lentilles sphériques:

1/Déf:

2/types de lentilles:

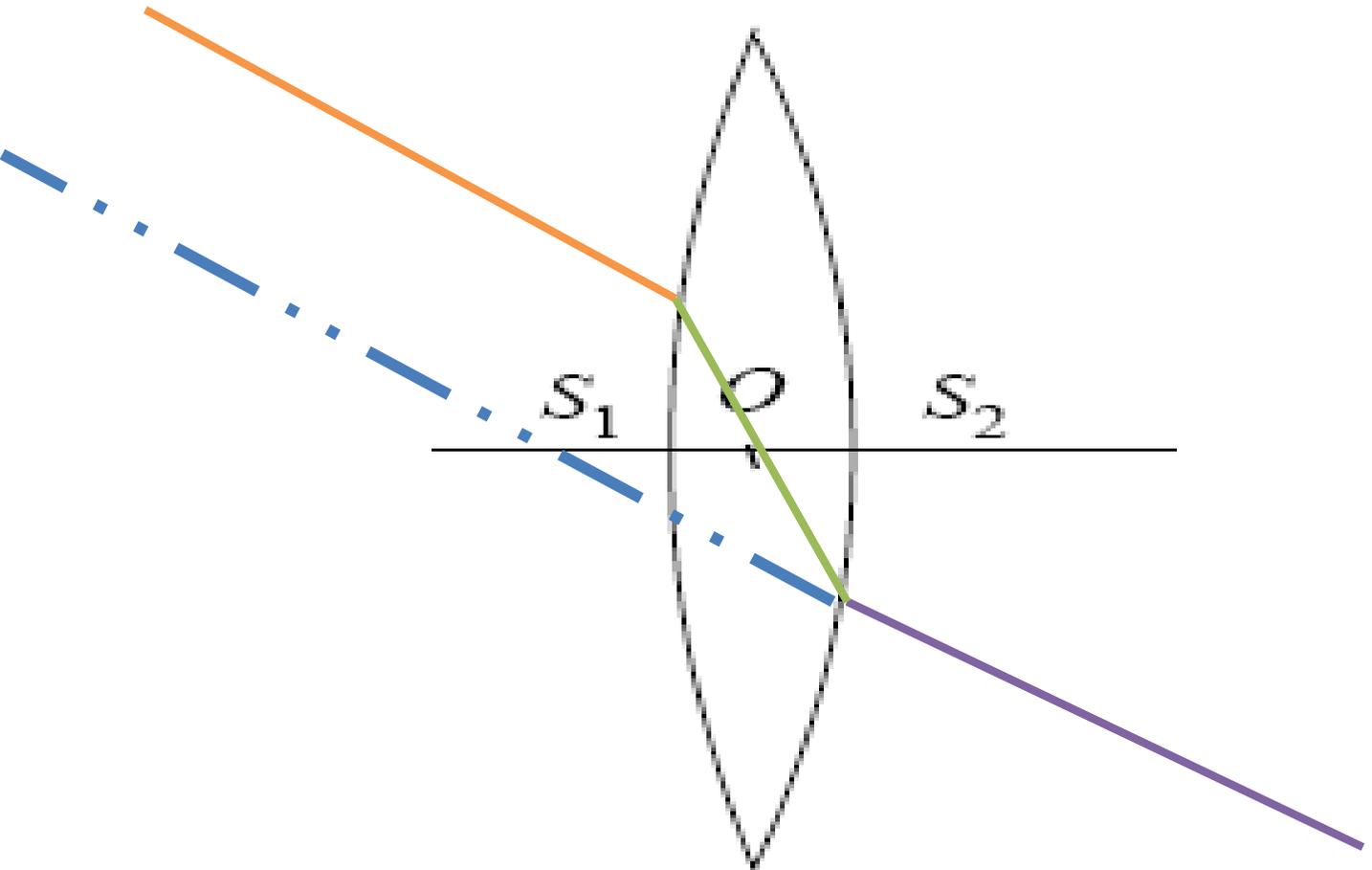


Lentilles à bords minces : lentilles convergentes



Lentilles à bords épais : lentilles divergentes

3/centre optique: tout rayon dont le trajet intérieur à la lentille passe par le centre optique émerge de la lentille parallèlement à la direction du rayon incident



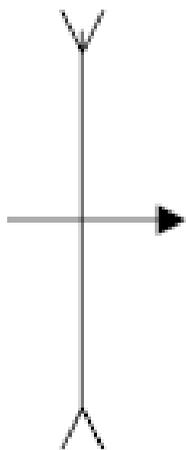
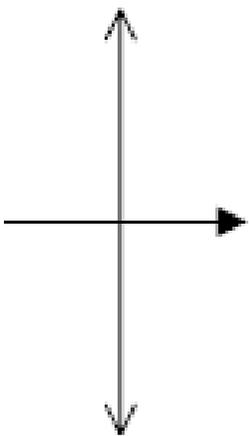
4/approximation de la lentille mince:

$$e = S_1 S_2 \ll R_1$$

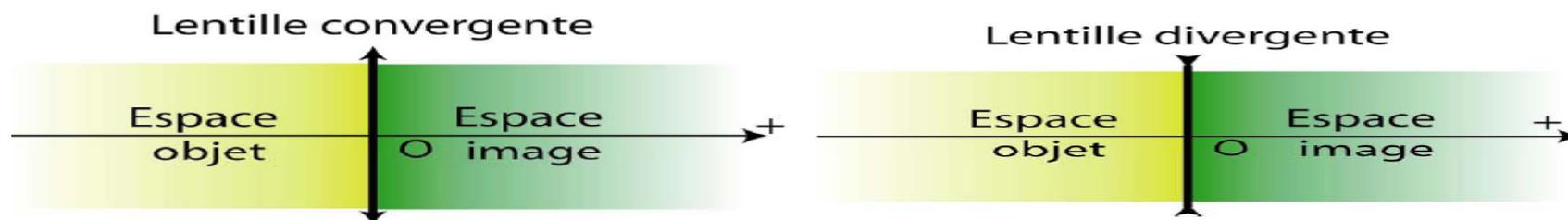
$$e = S_1 S_2 \ll R_2$$

$$e = S_1 S_2 \ll |R_1 - R_2|$$

On confond S_1 , S_2 et le point O



4/espace objet-espace image:

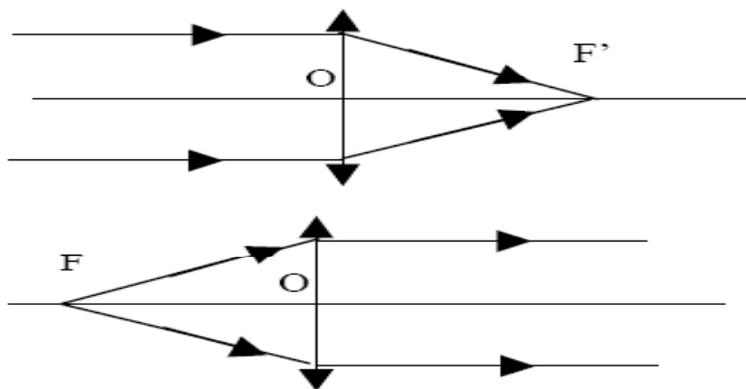


5/plan focaux, foyers, vergence:

Plan focal objet : plan de front passant par le foyer objet

Plan focal image : plan de front passant par le foyer image

- Lentilles convergentes :

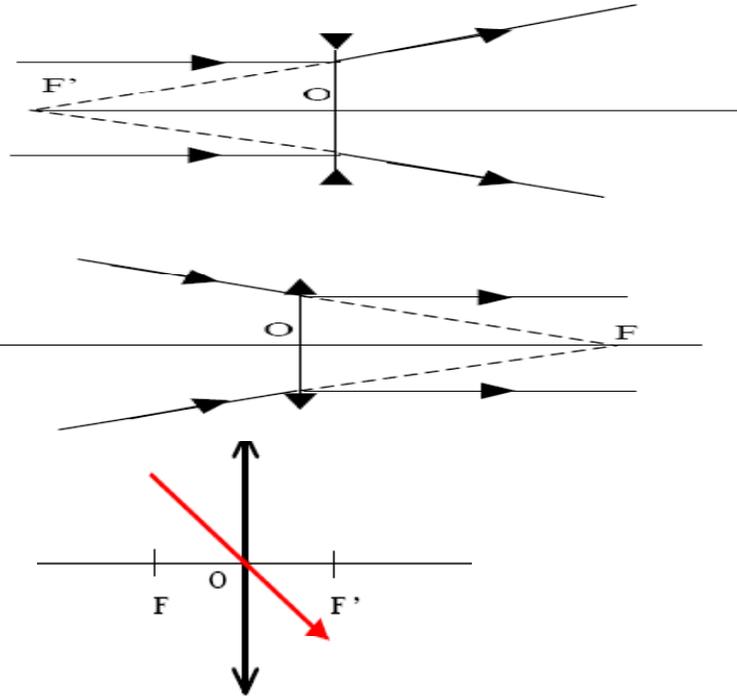


Foyer principal image F' réel

Foyer principal objet F réel

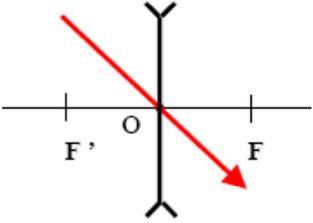
$$f' = \overline{OF'} \quad \overline{OF} = -\overline{OF'}$$

• Lentilles divergentes :



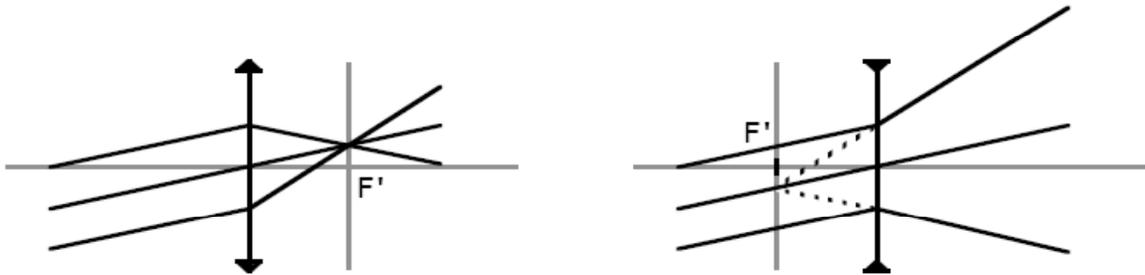
Foyer principal image F' virtuel

Foyer principal objet F virtuel



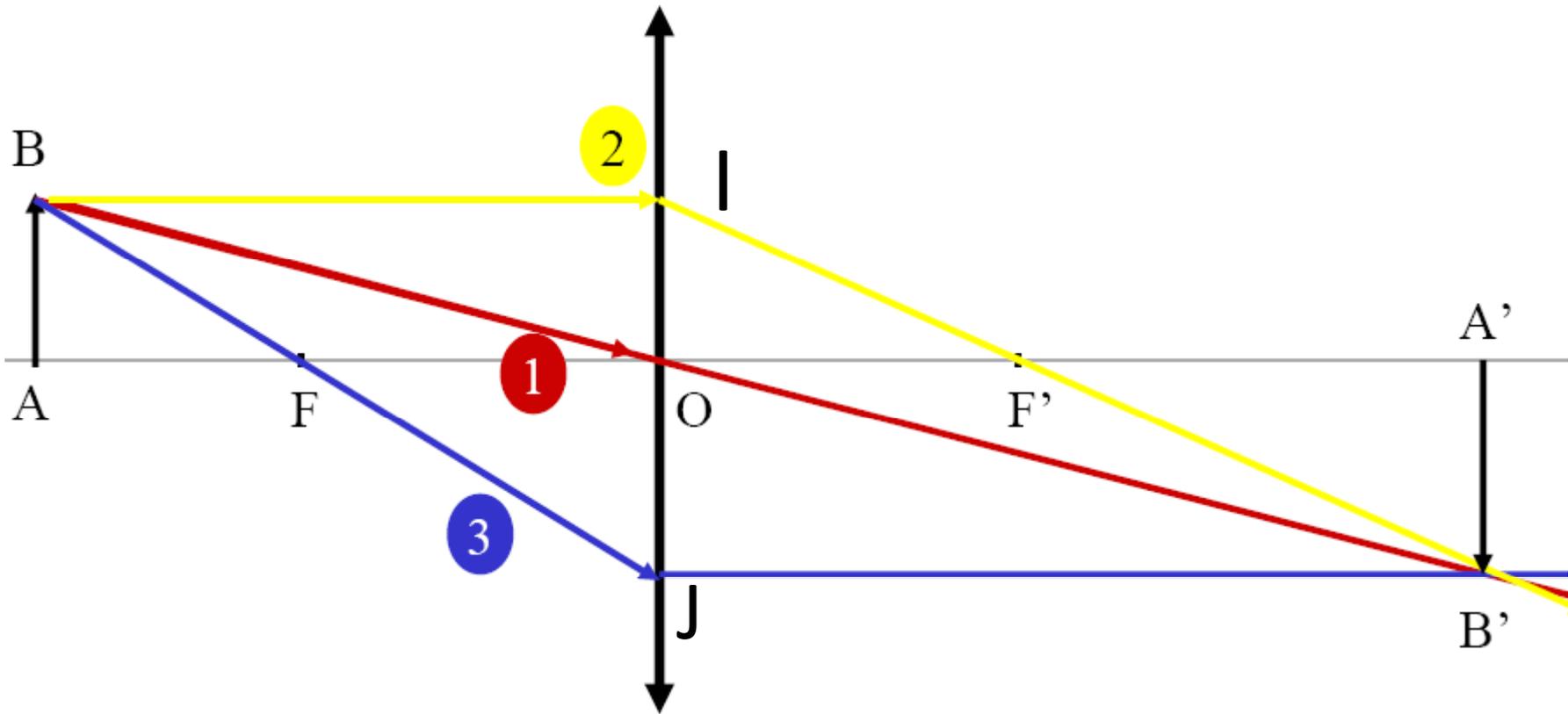
Tout rayon incident passant par le centre optique, ne subit aucune déviation.

- Si on considère des rayons incidents parallèles entre eux, mais légèrement inclinés par rapport à l'axe de la lentille, on constate qu'ils convergent en un "foyer secondaire" situé dans le même plan focal passant par F' :



Vergence : inverse de la distance focale image $1 / f'$, qui s'exprime en dioptries

II/rerelations de conjugaisons: 1/construction géométrique:



2/formule de conjugaison: origine au centre:

Tout rayon incident passant par le centre optique, ne subit aucune déviation.

Tout rayon incident // à l'axe, sort en passant par le foyer image F' .

Tout rayon incident passant par le foyer objet F , sort // à l'axe optique.

$$\frac{\overline{OF}}{OA} - \frac{\overline{JF}}{JB} - \frac{\overline{JO}}{JI} \quad \frac{\overline{OF}}{OA'} = \frac{\overline{IF'}}{IB'} = \frac{\overline{IO}}{IJ} \quad \frac{\overline{OF}}{OA} + \frac{\overline{OF'}}{OA'} = 1$$

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$$

$$\text{Grandissement transversale : } \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

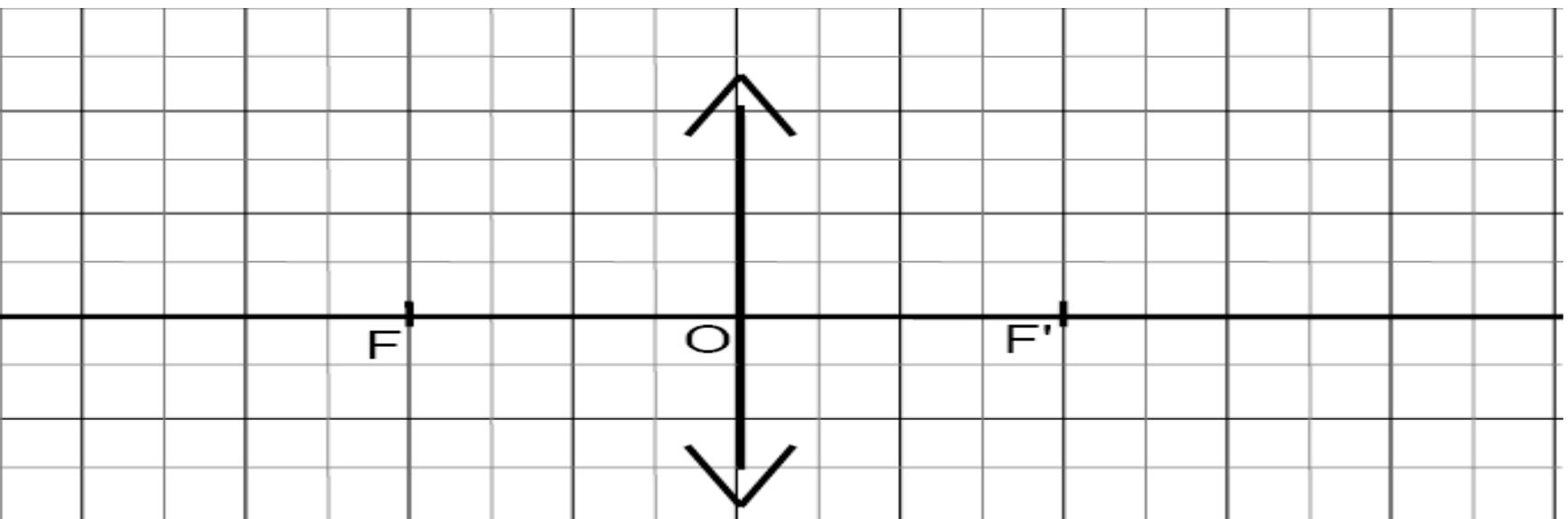
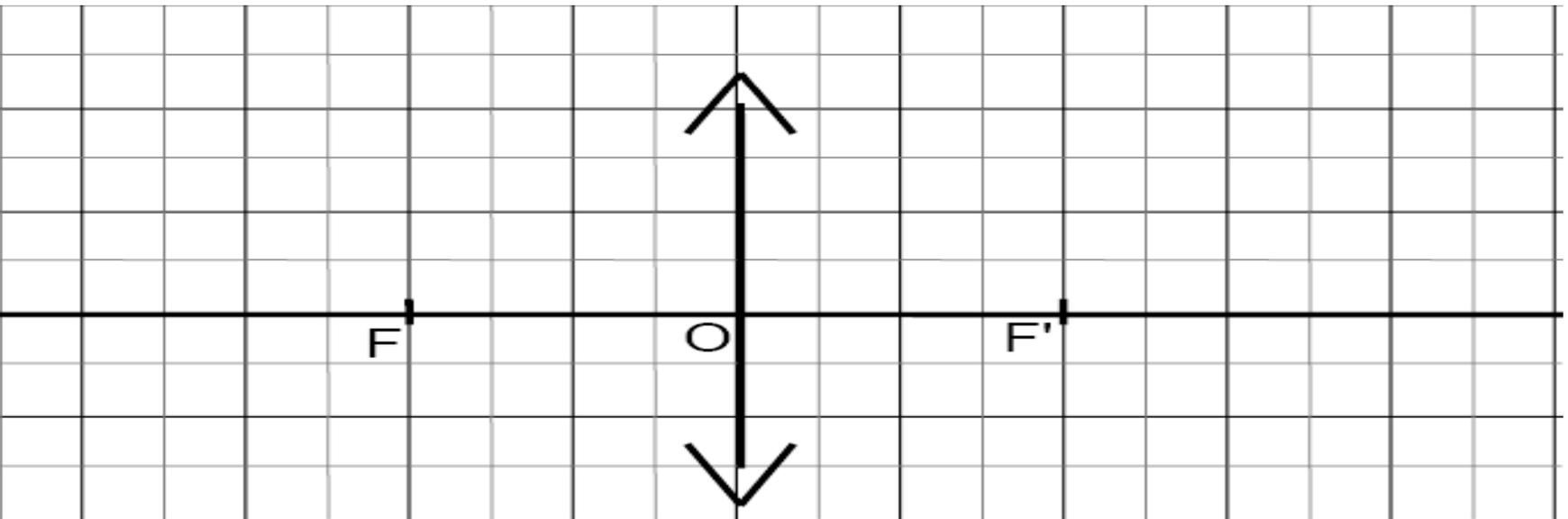
3/origine aux foyers(formule de Newton):

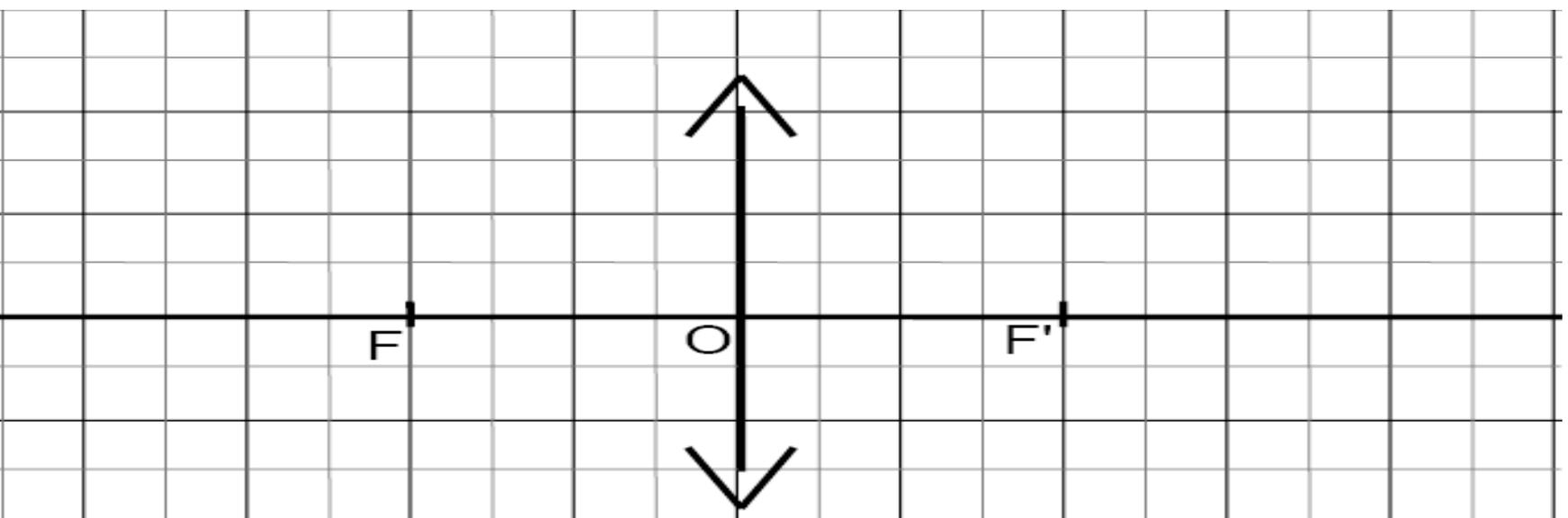
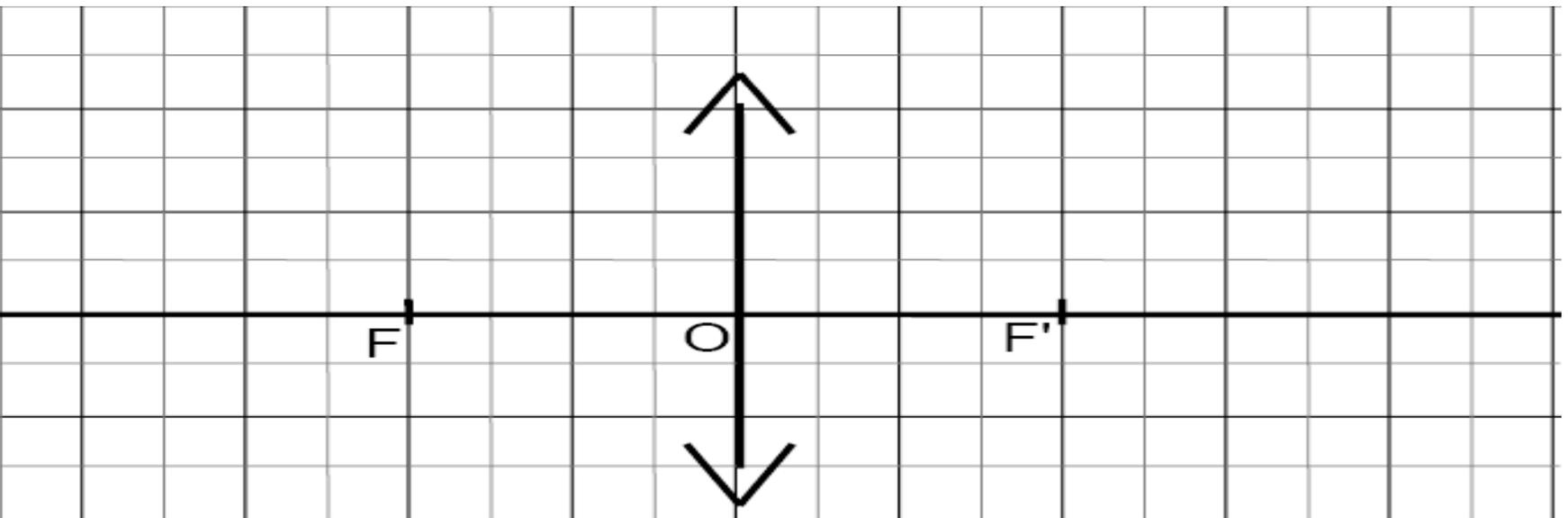
$$\frac{\overline{FA}}{\overline{OF}} = \frac{\overline{OI}}{\overline{JO}} \quad \text{et} \quad \frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{JO}}{\overline{OI}}$$

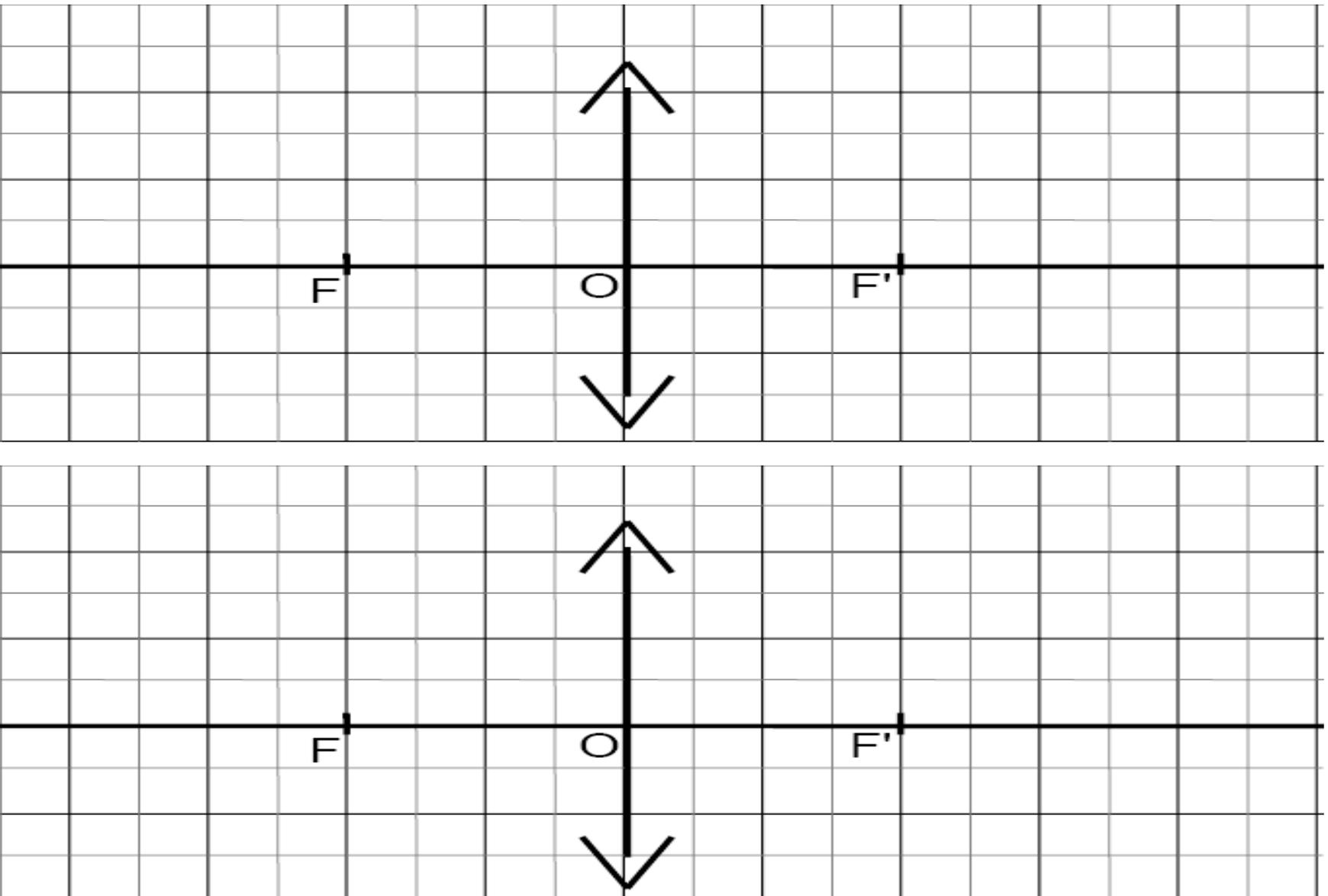
$$\overline{FAF'A'} = -(\overline{OF'})^2$$

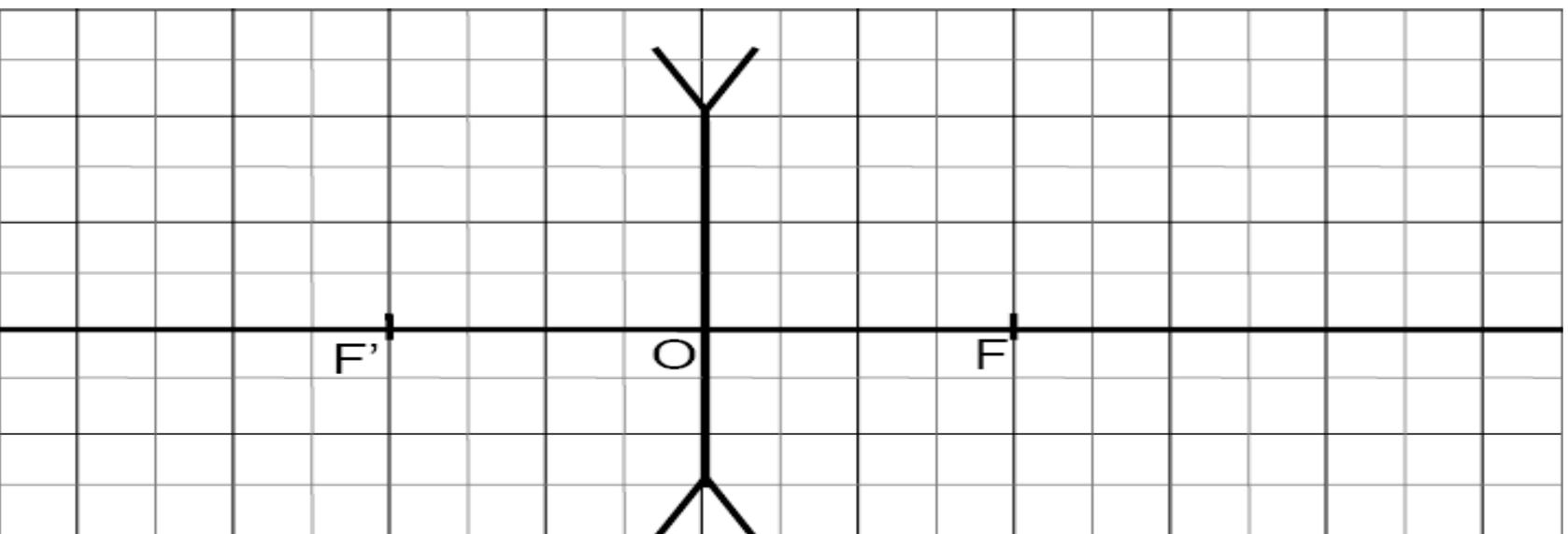
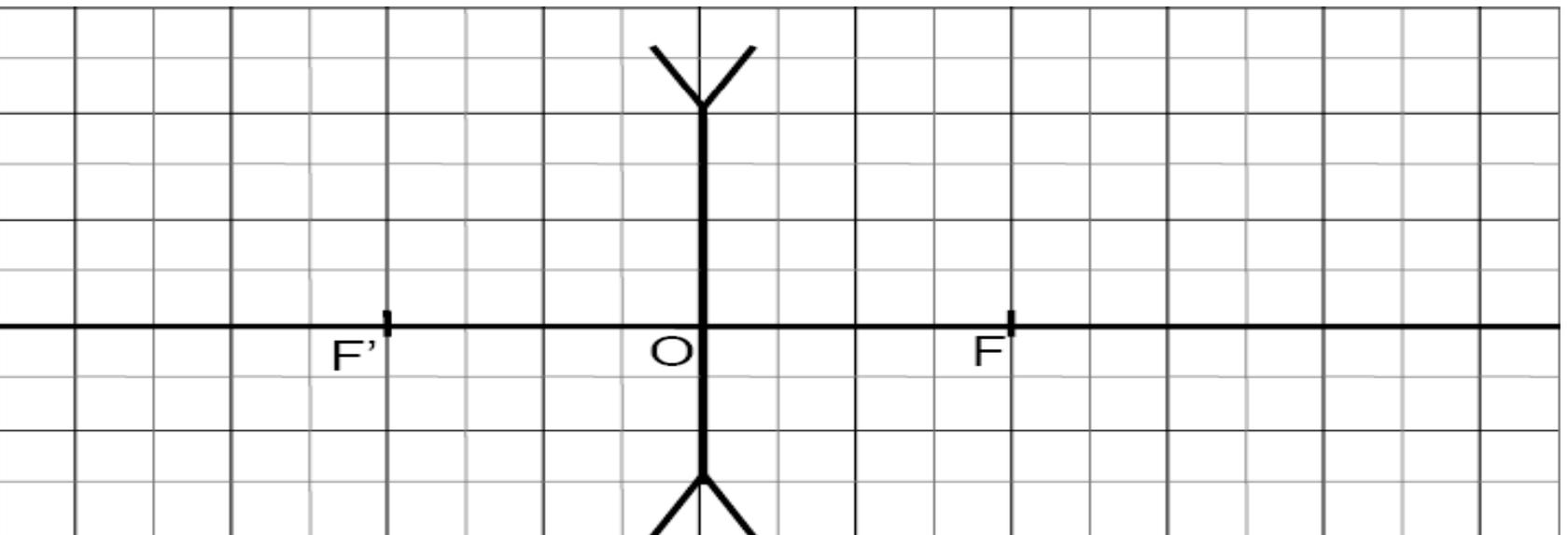
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

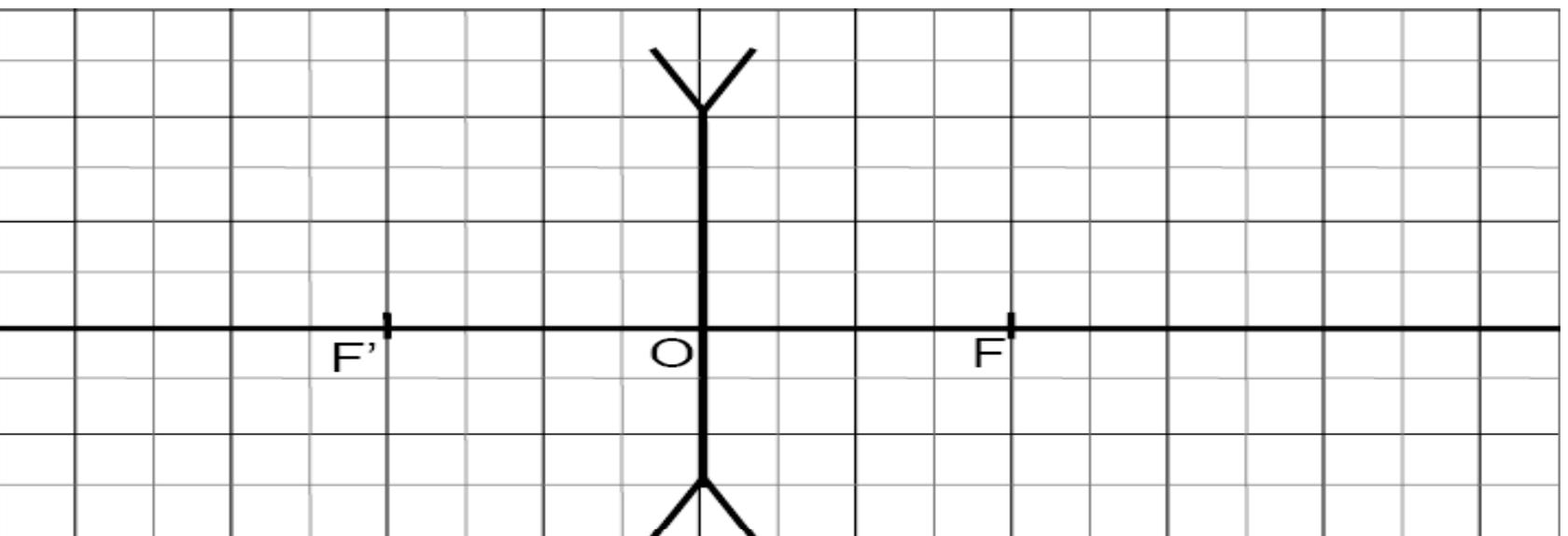
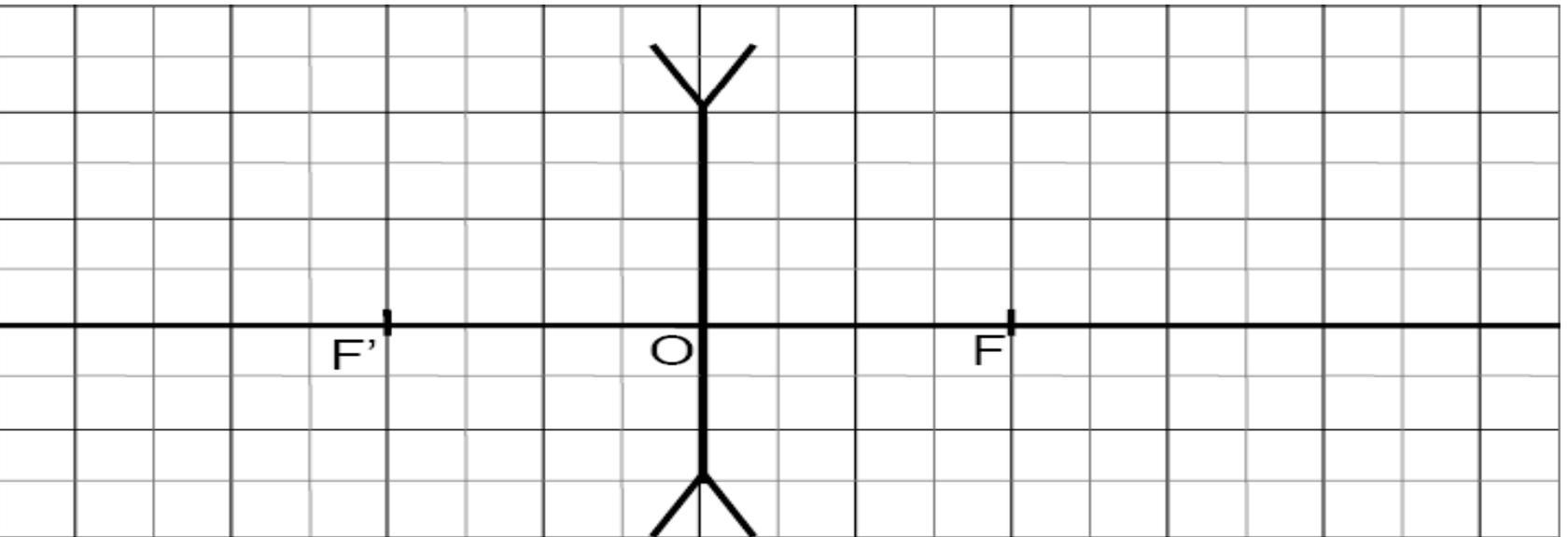
REQ: O est le point de grandissement égale 1 . Un objet placé contre la lentille est sa propre image

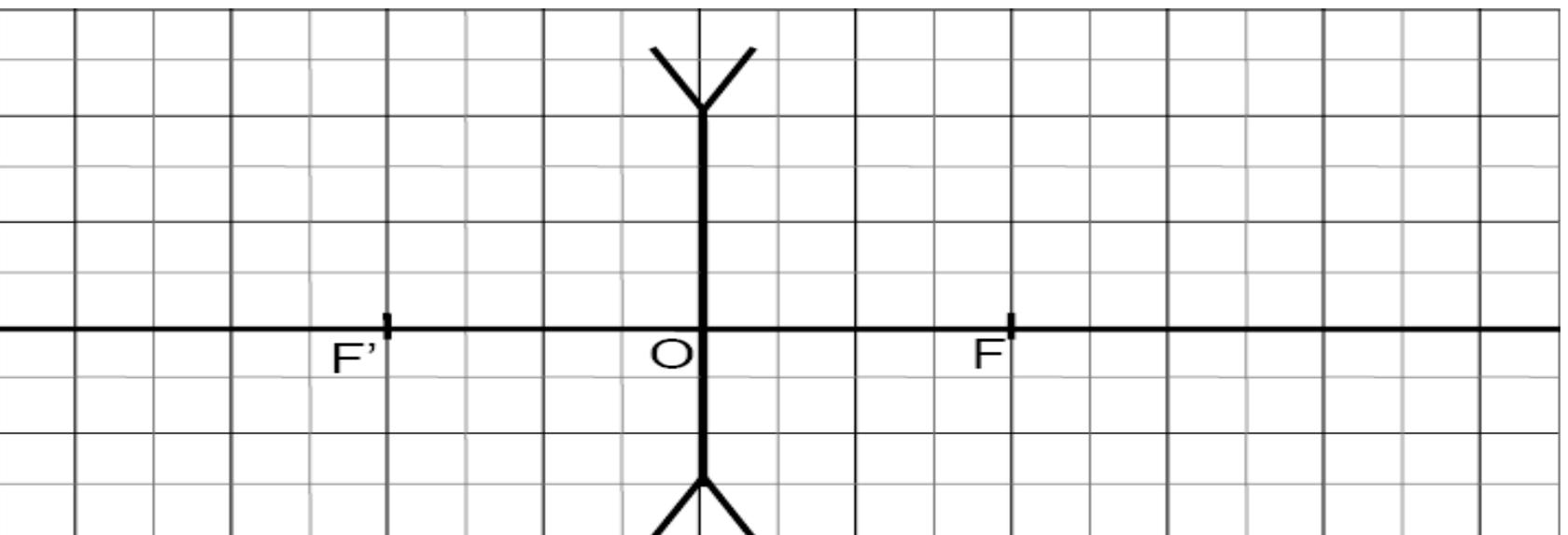
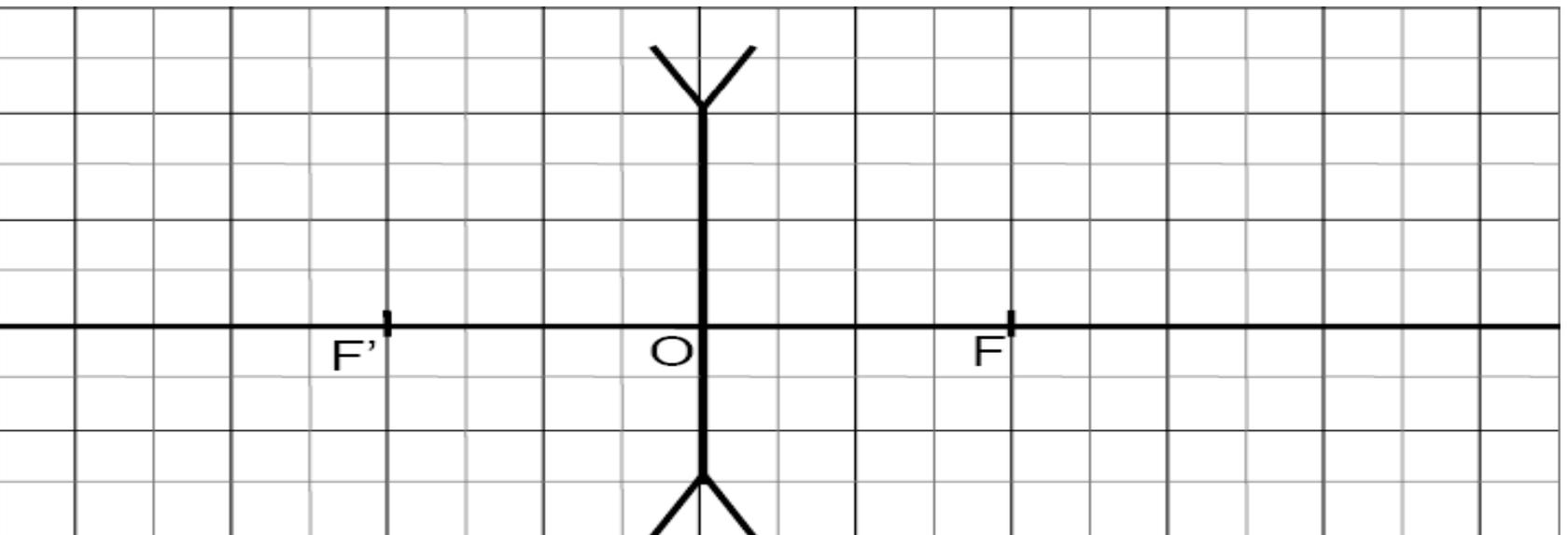




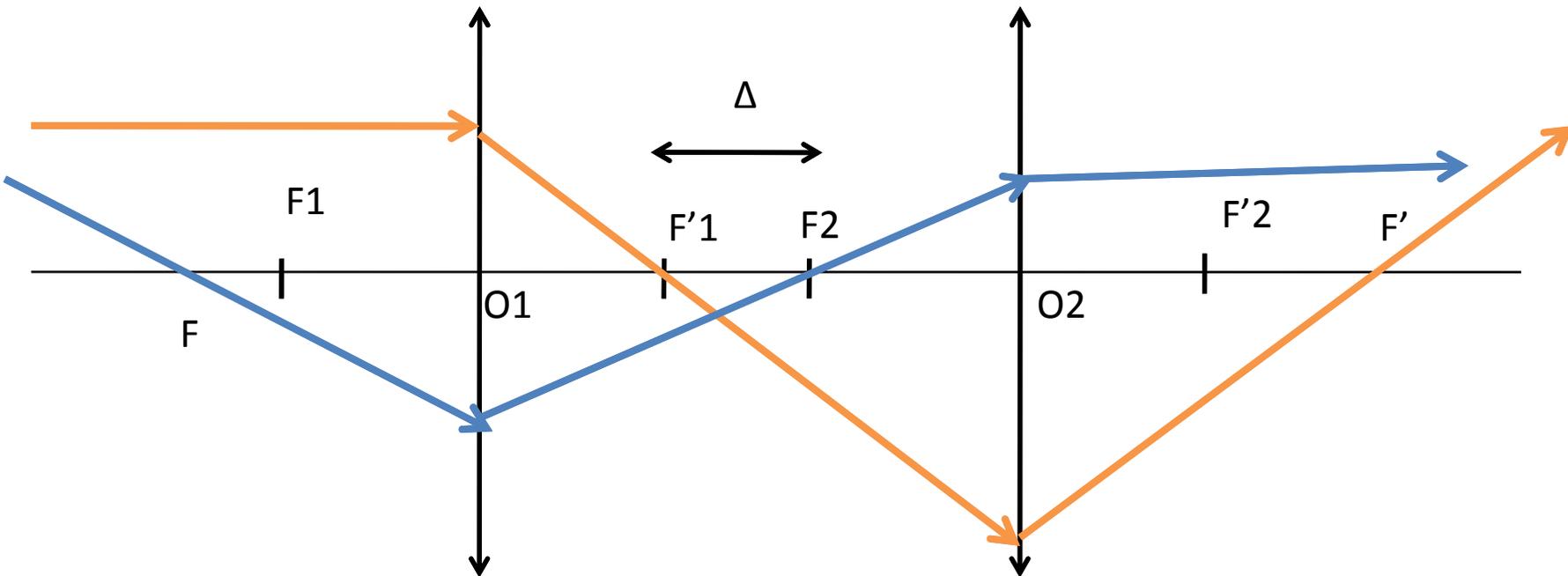








III/associations de lentilles (doublet): 1/lentilles non accolées:



*la construction en rose montre que F' est image de F'_1 à travers la lentille L_2

$$\Delta = \overline{F'_1 F_2} \text{ intervalle optique}$$

$$\overline{F'_2 F'} = f'^2_2 / \Delta$$

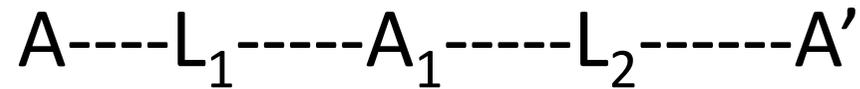
*la construction en bleue montre que F_2 est image de F à travers la lentille L_1

$$\overline{F_1 F} = -f'^2_1 / \Delta$$

le doublet non accolé n'est pas en général équivalent à une lentille mince unique.

Req: le doublet est dit positif si F est réel (F avant L_1), il est négatif si F est virtuel (F après L_1).

2/doublet accolé:



$$\frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{f_2}$$

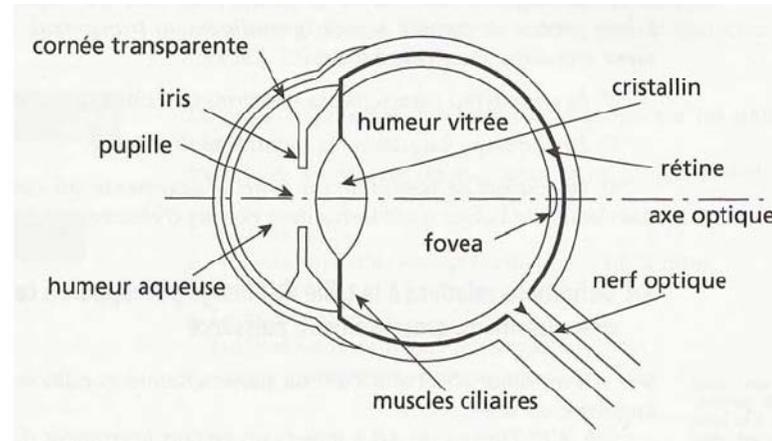
$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_1}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \gamma_1 \gamma_2$$

3/Applications:

3.1/l'œil:



Les éléments principaux :

- la cornée : agit comme un dioptre sphérique.
- l'iris : agit comme un diaphragme en contrôlant la quantité de lumière entrant.
- le cristallin : agit comme une lentille convergente de focale variable.
- la rétine : écran sur lequel des cellules photosensibles transforment la lumière en influx nerveux.
- la fovéa ou tache jaune : est une partie de la rétine qui permet d'analyser l'image de manière plus fine. Elle est constituée de cellules photosensibles de diamètre $\sim 4 \mu\text{m}$ s'étalant sur une surface de $\sim 1\text{mm}$.
- humeur vitrée : liquide transparent d'indice $n \sim 1.4$

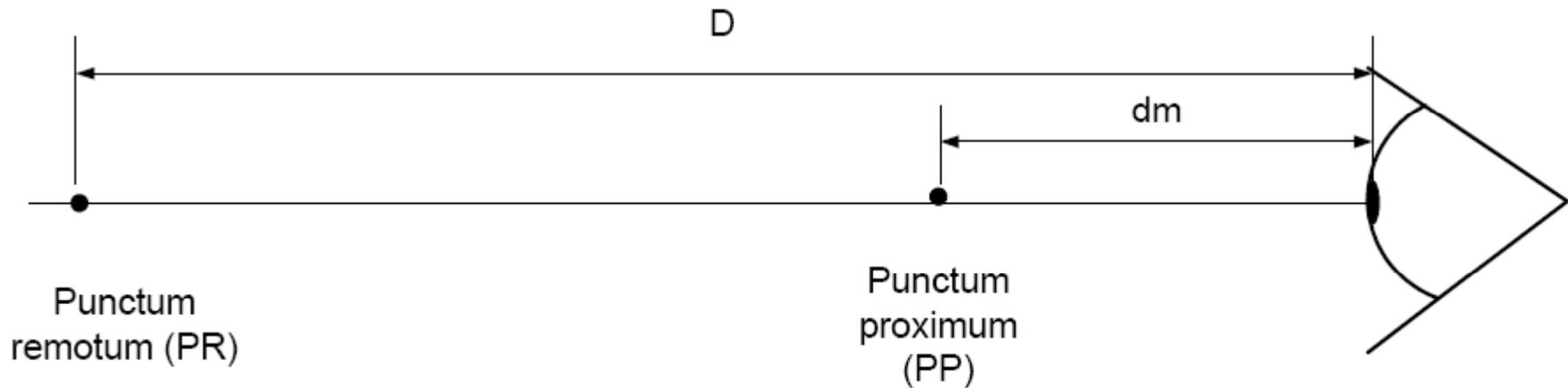
La distance typique entre le cristallin et la rétine est de 25mm.

Le cristallin se déforme sous l'action de muscles ce qui permet à l'œil d'accommoder, i.e. de voir

nettement les points situés à une distance donnée de l'œil.

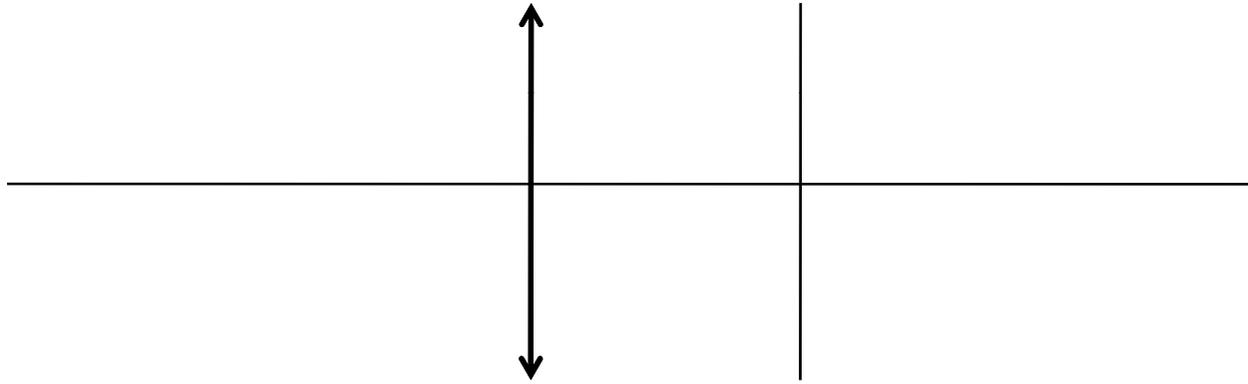
La distance la plus faible correspond au *punctum proximum* noté par la suite d_m .

La distance la plus grande, notée D , correspond au *punctum remotum*. Pour un œil sain d_m vaut $\sim 25\text{cm}$ et D est à l'infini.



Les défauts de l'œil :

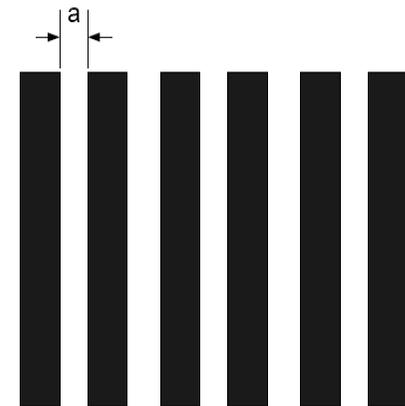
- myopie (œil myope): lorsque le cristallin est trop convergent. Se corrige à l'aide d'une lentille divergente.
- hypermétropie (œil hypermétrope) : lorsque le cristallin n'est pas assez convergent. Se corrige à l'aide d'une lentille convergente.
- presbytie (œil presbyte): lorsque le PP dépasse par convention 40 centimètres. Ce défaut – lié à la vieillesse - est dû à la fatigue du cristallin qui ne peut pas accommoder au maximum.
- astigmatisme (œil astigmaté) : lorsque l'œil n'a pas ou plus la symétrie de révolution. Se corrige à l'aide de lentille non-sphérique.



En première approximation on peut assimiler l'œil comme un instrument composé d'une lentille mince de focale variable (le cristallin) et un écran (la rétine). Le *pouvoir séparateur* correspond au plus petit détail que l'œil est capable de distinguer. Celui-ci peut être mesuré à l'aide d'une « mire de Foucault » constituée d'une trame de bandes parallèles noires et blanches équidistantes. Lorsque l'on éloigne progressivement la mire de l'œil, à une certaine distance d , l'œil cesse de distinguer les bandes noires des blanches et atteint une sensation de gris. Soit a la distance entre les bandes, le pouvoir séparateur de l'œil se caractérise par l'angle :

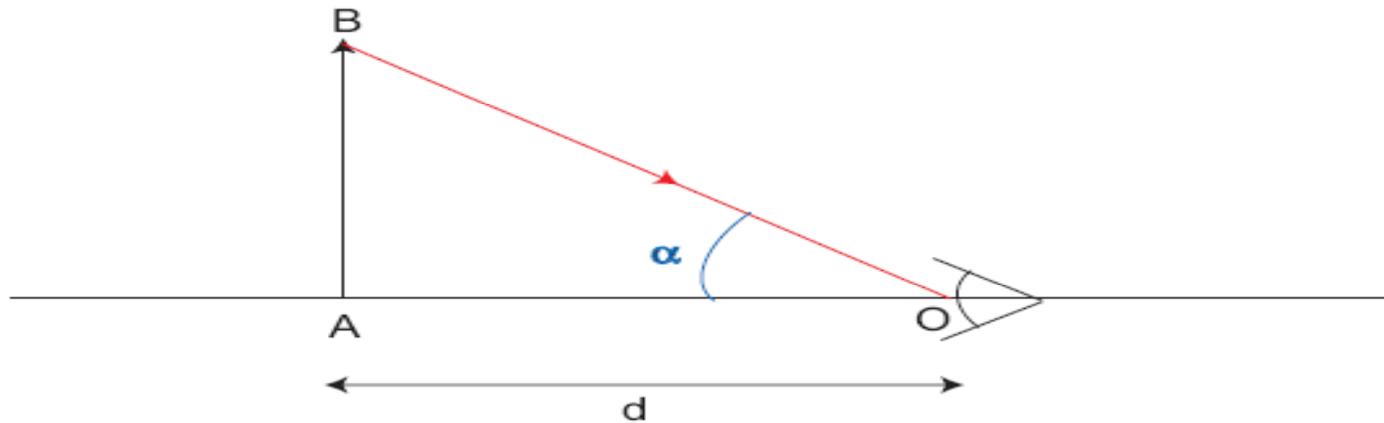
$$\varepsilon = \frac{a}{d}$$

Un ordre de grandeur : $\varepsilon \approx 4 \cdot 10^{-4}$ (rad). Au minimum de vision distincte (i.e. au *punctum proximum* $d_m \sim 25$ cm), le pouvoir séparateur de l'œil correspond à des détails ~ 0.01 mm. La loupe et le microscope permettent d'abaisser ces limites.



3.2/loupe:

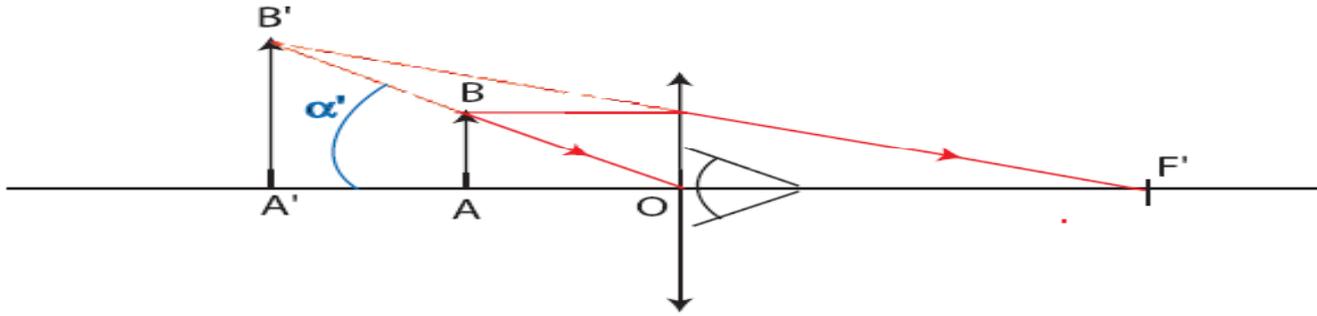
La loupe est une lentille convergente destinée à observer des petits détails qui ne seraient pas décelables à l'œil nu (ou difficilement) .



Angle sous lequel est vu l'objet AB par l'œil : $\alpha = \frac{AB}{d}$

La plus grande valeur possible de α correspond au punctum proximum d_m et vaut

$$\alpha = \frac{AB}{d_m}$$



En plaçant l'œil derrière une lentille convergente, l'objet AB a pour image A'B' vu sous l'angle α' . Pour mesurer la puissance optique ou le grossissement d'un appareil, on compare soit le diamètre apparent de l'image par rapport à la taille de l'objet (puissance), soit le diamètre apparent de l'image par rapport à celui de l'objet (grossissement).

$$\text{Puissance : } P = \frac{\alpha'}{AB}$$

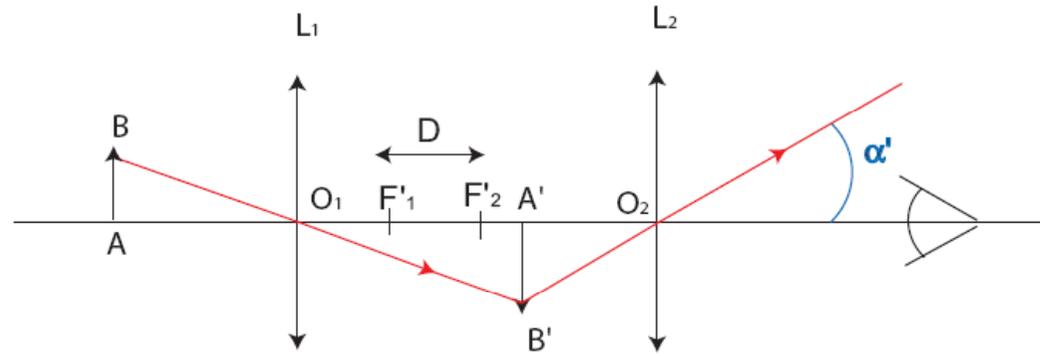
$$\text{Grossissement : } G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

Pour observer l'image A'B' sans accommoder (autrement dit sans fatiguer l'œil), il faut que cette image soit placée à l'infini. Pour cela il suffit de placer l'objet au niveau du plan focal objet de la loupe, Puissance intrinsèque : $P_i = \frac{1}{f'}$ Le grossissement *commercial* (G_c) est la valeur particulière de G lorsque que l'on observe l'objet à l'œil nu en le plaçant au punctum proximum (d_m) et en le plaçant ensuite dans le plan objet de la loupe (autrement dit le grossissement *commercial* est le rapport entre l'angle sous lequel on voit A'B', l'image de AB, placée à l'infini et l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu et à une distance d_m). On a alors :

$$\text{Grossissement commercial : } G_c = \frac{d_m}{f'} = d_m P_i$$

La puissance et le grossissement intrinsèques ne dépendent plus que de la qualité du système optique

3.2/microscope:



$$\text{Puissance : } P = \left| \frac{\alpha'}{AB} \right| = |\gamma_1| P_2$$

La puissance intrinsèque (\$P_i\$) correspond à la puissance obtenue lorsque que l'image est à l'infini (i.e. lorsque \$A'=F_2\$). Par ailleurs le microscope est construit de manière à ce que \$f_1' \ll D\$. On établit alors les relations suivantes :

$$P_2 = 1/f_2' \text{ et } \gamma_1 = -\overline{F_1'F_2'} / f_1' = -D/f_1' \text{ d'où } P_i = \frac{D}{f_1'f_2'}$$

$$\text{Puissance intrinsèque : } P_i = \frac{D}{f_1'f_2'}$$

$$\text{Grossissement commercial : } G_c = \frac{Dd_m}{f_1'f_2'} = |\gamma_1| G_{c,2}$$

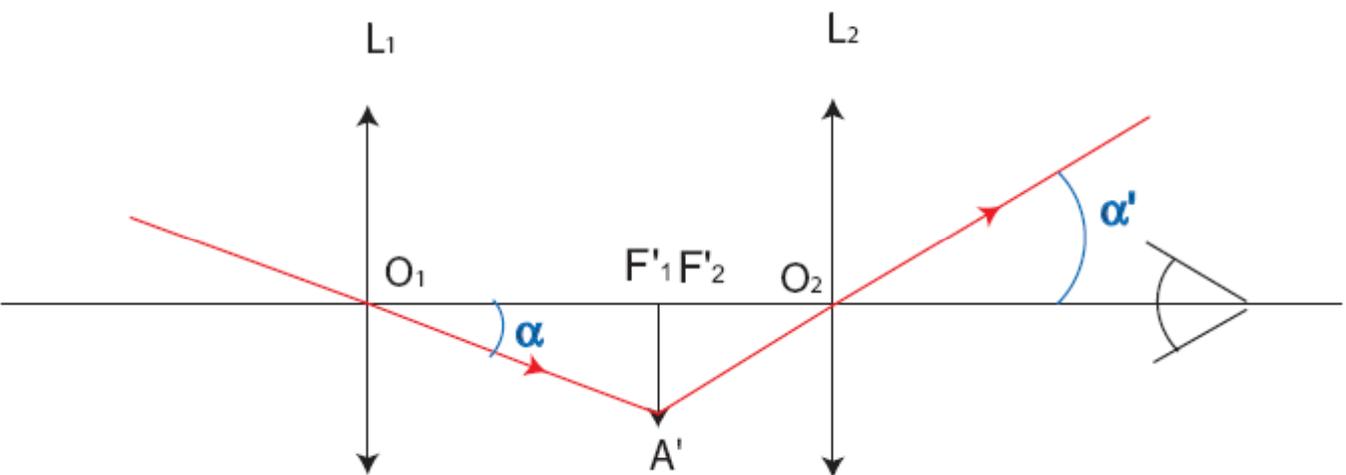
avec G_{c2} le grossissement commercial de l'oculaire. Le grossissement commercial est donc le produit du grandissement de l'objectif et du grossissement commercial de l'oculaire. On voit donc l'intérêt d'associer deux lentilles car on peut obtenir de forts grossissements en limitant l'encombrement de l'instrument ; en effet avec une loupe pour obtenir un grossissement équivalent on aurait du utiliser une focal plus grande.

3.3/lunette astronomique:

La lunette permet d'observer les détails des objets situés à l'infini. Elle est construite de manière à maximiser d'une part le grossissement de manière à voir les détails des objets (typiquement des planètes) et d'autre part la clarté de l'instrument (autrement dit l'ouverture de l'objectif) de manière à collecter le plus possible de photons.

Il s'agit de maximiser le grossissement , donc de maximiser la focale f_1' et minimiser la focale f_2' . L'oculaire sera typiquement caractérisé par une petite focale et la lentille L1 par une grande.

On remarquera que cet instrument inverse les images ce qui n'est pas un problème en astronomie mais l'est pour d'autres usage tel que l'observation d'objets terrestres. Le problème est surmonté à l'aide d'une lentille divergente ; cette solution convient pour des faibles grossissement de l'ordre de 3 à 4, au delà le champ devient trop réduit. Dans ce cas on fait subir au faisceau deux réflexions sur des prismes (ex : grosses jumelles) .



$$\text{Grossissement : } G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2}$$

- إِنَّ الْأَفَاعِي وَإِنْ لَأَنْتَ مَلَامِسُهَا عِنْدَ التَّقَابِ فِي أَنْيَابِهَا الْعَطْبُ